

Vysoká škola báňská-Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení

**Matematické modelování vzniku a vývoje kavitace
v jednoduchém prvku**

**Mathematical Modelling of the Rise and the Development of
Cavitation in Simple Component**

Student:

Bc. Daniel Bílý

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Jana Rautová, Ph.D.

Ostrava 2010

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Daniel Bílý**
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: 3909T001 Konstrukční a procesní inženýrství
Specializace: 16 Hydraulické a pneumatické stroje a zařízení
Téma: **Matematické modelování vzniku a vývoje vodní kavitace v
jednoduchém prvku
Mathematical Modelling of the Rise and the Development of Cavitation
in simple Component**

Zásady pro vypracování:

Namodelujte vznik a vývoj kavitace v jednoduchém prvku pro vodu.

1. Vypracujte teorii kavitace, definujte matematické modely kavitace.
2. Vytvořte geometrii a navrhnete vhodnou síť pro výpočet.
3. Sestavte metodiku modelování kavitace.
4. Otestujte matematické modely na 2D geometrii daného prvku.
5. Otestujte okrajové podmínky na 2D geometrii daného prvku.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] NOSKIEVIČ, J. A KOL. *Kavitace v hydraulických strojích a zařízeních*. SNTL Praha, 1989, 336 s., 1. vydání.
- [2] KOZUBKOVÁ, M. *Modelování proudění tekutin FLUENT, CFX*. Ostrava: VŠB-TU, 2008, 154 s., ISBN 978-80-248-1913-6, (Elektronická publikace na CD ROM).
- [3] KOZUBKOVÁ, M., DRÁBKOVÁ, S. Modelování proudění oleje jako stlačitelné kapaliny (hydraulický ráz). In *12. uživatelská konference FLUENT 2006*. 7. – 9. březen 2006. Hrotovice: TechSoft Engineering, 2006, s. 153-160. ISBN 80-239-7211-1.
- [4] SINGHAL, A. K., ATHAVALE, M. M., LI, H., JIANG, Y. Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model. In *Journal of Fluids Engineering*. Vol. 124, 2002, p. 617-624.
- [5] SENOGAK, I., SHYY, W. Numerical Simulation of Turbulent Flows with Sheet Cavitation. In *Proc. CAV2001: session A7.002*. 2001, 8 pp.
- [6] PLESSET, M., S. CHAMPMAN, R., B. Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighborhood of a solid boundary, *J. Fluid Mechanics*, 47, 1971, pp. 283-290.
- [7] Ansys Fluent Inc. Fluent 12.16– User's guide. [Online]. c2009. Dostupné z: URL: http://sp1.vsb.cz/DOC/Fluent_12.0.16/html/ug/main_pre.htm.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Jana Rautová, Ph.D.**

Konzultant diplomové práce: **Ing. Marian Bojko, Ph.D.**

Datum zadání: 18.12.2009

Datum odevzdání: 21.05.2010



Kozubková

doc. RNDr. Milada Kozubková, CSc.
vedoucí katedry

Farana

prof. Ing. Radim Farana, CSc.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě

podpis studenta

Prohlašuji, že:

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě:

Bc. Daniel Bílý

Sídl. Svornosti 4/9

Prostějov 798 11

.....

podpis

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bílý, D. *Matematické modelování vzniku a vývoje kavitace v jednoduchém prvku.* Ostrava: Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení, Fakulta strojní VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2010, 69 s. Diplomová práce, vedoucí Rautová, J.

Diplomová práce se zabývá matematickým modelováním vzniku a vývoje kavitace v jednoduchém prvku. V Lavalově dýze je simulováno proudění vody a páry. V dýze se předpokládá kavitace a úkolem bude tedy namodelovat i tento jev. V úvodu je obecně vysvětlena problematika vzniku a vývoje kavitace. Práce popisuje jednotlivé druhy kavitace a Lavalovu dýzu. Dále je definován matematický model kavitace pro 2D geometrii. Strukturovaná 2D síť Lavalovy dýzy je vytvořena pomocí programu Gambit a celý model dýzy spočítán za pomoci programu Fluent v12.0.16. V práci jsou také uvedeny parametry, které jsou nutné pro konvergentní výpočet.

ANNOTATION OF DIPLOMA THESIS

Bílý, D. *Mathematical Modelling of the Rise and the Development of Cavitation in a Simple Component.* Ostrava: Department of Hydromechanics and Hydraulic Equipment, Faculty of Mechanical Engineering VŠB – Technical University of Ostrava, 2010, 64 p. Thesis, head: Rautová, J.

The Diploma Thesis deals with the mathematical modelling of the formation and development of cavitation in a simple component. In Laval veneer is simulated by the flow of water and steam. The veneer is expected cavitation so the task will include the modelling of this phenomenon. The introduction generally explains the problems of the origin and development of cavitation. This work describes the different types of cavitation and Laval nozzle. The mathematical model of cavitation for 2D geometry is explained, too. The structured Laval veneer 2D network is created using the Gambit program and the entire veneer model is calculated using the FLUENT v12.0.16 program. The work also lists parameters that are required for convergent calculation.

Obsah

Seznam použitých značek a symbolů	- 8 -
Úvod	- 11 -
1 Kavitační jev	- 13 -
1.1 Historie kavitace	- 13 -
1.2 Podstata a druhy kavitace	- 15 -
1.3 Fyzikální vlastnosti kapalin a kavitace	- 16 -
1.3.1 Vliv vzduchu na vznik kavitace.....	- 17 -
1.4 Kavitace	- 18 -
2 Kavitace v tryskách.....	- 20 -
2.1 Vývoj kavitace v tryskách	- 20 -
2.2 Lavalova dýza.....	- 21 -
3 Definice matematického modelu	- 22 -
3.1.1 $k - \varepsilon$ dvourovnicový model turbulence mixture	- 23 -
3.2 Vícefázové proudění	- 24 -
3.3 Vícefázové matematické modely	- 24 -
3.3.1 VOF model	- 25 -
3.3.2 Model směsi (MIXTURE MODEL).....	- 25 -
3.3.3 Eulerův model.....	- 25 -
3.4 Matematické modely kavitace	- 26 -
3.4.1 Singhalův kavitační model	- 26 -
3.4.2 Zwart-Gerber-Belamri kavitační model	- 29 -
3.4.3 Schnerr - Sauer kavitační model.....	- 31 -
3.5 Vhodná volba kavitačního modelu	- 33 -
4 Experimentálně měřené proudění v Lavalově dýze.....	- 33 -
4.1 Definice jednotlivých prvků a snímačů v obvodě	- 34 -
5 Matematické modelování proudění v Lavalově dýze	- 34 -
5.1 Základní uživatelské nástroje programu GAMBIT	- 34 -
5.2 Vytvoření geometrie dýzy	- 35 -
5.3 Sítování geometrie	- 35 -
5.4 Definování okrajových podmínek a fyzikálních vlastností	- 38 -
5.4.1 Řešené varianty (tab. 5.1)	- 40 -
5.4.2 Testované okrajové podmínky (tab. 5.2)	- 41 -
5.4.3 Fyzikální vlastnosti (tab. 5.3)	- 42 -

6	Výsledky numerického modelování	- 43 -
6.1	K- ϵ RNG model (varianta A).....	- 43 -
6.2	Singhalův kavitační model (varianta B)	- 45 -
6.3	Singhalův kavitační model (varianta C)	- 47 -
6.4	Singhalův kavitační model (varianta D)	- 48 -
6.5	Schnerr - Sauer kavitační model (varianta E).....	- 50 -
6.6	Schnerr - Sauer kavitační model (varianta F)	- 52 -
6.7	Zwart-Gerber-Belamri kavitační model (varianta G)	- 53 -
6.8	Zwart-Gerber-Belamri kavitační model (varianta H)	- 55 -
7	Porovnání experimentálně získaných dat s daty získanými numerickým výpočtem ze softwaru ANSYS Fluent.....	- 57 -
8	Shrnutí numerických výpočtů.....	- 58 -
8.1	Tabulka numerických výsledků	- 62 -
8.2	Vyhodnocení vhodnosti jednotlivých testovaných modelů pro kavitační jev	- 62 -
9	Závěr	- 64 -
10	Seznam použité literatury	- 67 -
11	Seznam příloh	69

Seznam použitých značek a symbolů

Značka	Význam	Jednotka
a	rychlost zvuku v kapalině	$[\text{m.s}^{-1}]$
C_e a C_c	empirické konstanty	$[-]$
$C_{1\varepsilon}$	empirická konstanta	$[-]$
$C_{2\varepsilon}$	empirická konstanta	$[-]$
$C_{3\varepsilon}$	empirická konstanta	$[-]$
d	průměr potrubí	$[\text{m}]$
f_g	nekondenzující plyn	$[1]$
f_k	hmotnostní zlomek fáze k	$[1]$
f_v	hmotnostní zlomek páry	$[1]$
$F_{\text{cond.}}$	kondenzační koeficient	$[1]$
$F_{\text{vap.}}$	odpařovací koeficient	$[1]$
g	tíhové zrychlení	$[\text{m.s}^{-2}]$
k	absorpční součinitel	$[1]$
k	turbulentní kinetická energie	$[\text{m}^2.\text{s}^{-2}]$
K	modul pružnosti kapaliny	$[\text{Pa}]$
M_a	Machovo číslo	$[1]$
n	počet fází	$[1]$
n	hustota bublin	$[\text{kg.m}^{-3}]$
p	absolutní tlak na vstupu do dýzy	$[\text{Pa}]$
p	statický tlak	$[\text{Pa}]$
p_a	atmosférický tlak	$[\text{Pa}]$
p_B	tlak v bublině	$[\text{Pa}]$
p_0	tlak při normálních podmínkách	$[\text{Pa}]$
$p_{\text{sat.}}$	tlak nasycených par	$[\text{Pa}]$
p_{1A}	absolutní tlak kapaliny na vstupu	$[\text{Pa}]$
p_1	vstupní tlak	$[\text{Pa}]$
p_2	tlak na konci děje	$[\text{Pa}]$
p^*	kritický tlak	$[\text{Pa}]$
Q_v	objemový průtok	$[\text{m}^3.\text{s}^{-1}]$
Q_m	hmotnostní průtok	$[\text{kg.s}^{-1}]$

r	měrná plynová konstanta	$[\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1}]$
R	reziduál	[1]
R	koeficient zastupující generaci páry nebo odpařování	$[\text{m}^3]$
R_B	minimální poloměr bubliny	[m]
Re	Reynoldsovo číslo	[1]
Re_{KRIT}	kritická hodnota Reynoldsova čísla	[1]
Re, R_c	členy zahrnující vznik a kondenzaci páry (nebo poměr změny fáze)	[-]
T	teplota kapaliny	$[\text{°C}]$
T	absolutní teplota plynu	[K]
T	difúzní koeficient	[1]
T_0	teplota při normálních podmínkách	[K]
T^*	kritická teplota	[K]
$u_{dr,k,i}$	složka unášivé rychlosti	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
$u_{m,j}$	složky rychlosti zprůměrované podle hmotnosti	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\overline{u_i}$	složka rychlosti	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
$\overline{u_j}$	sčítací člen rychlosti	[1]
v	rychlost kapaliny	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
v_s	střední rychlost v potrubí	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
V_e	výstupní rychlost z Lavalovy dýzy	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
V_{CH}	rychlost aproximovaná z lokální intenzity turbulence	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
V_k	objem kapaliny	$[\text{m}^3]$
V_{VR}	objem rozpuštěného vzduchu v kapalině	$[\text{m}^3]$
$\overrightarrow{V_v}$	vektor rychlosti parní fáze	[1]
w	rychlost látky	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
w_0	rychlost při normálních podmínkách	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
w^*	kritická rychlost	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$
α	objemový zlomek páry	[1]
α_k	objemový zlomek fáze k	[1]
α_{nuc}	nukleační objemový zlomek páry	[1]
γ	efektivní součinitel výměny	[1]
ε	rychlost disipace	$[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}]$

κ	cp/cv izoentropický exponent	[1]
μ	dynamická viskozita	[Pa.s]
μ_t	turbulentní viskozita	[Pa.s]
ν	kinematická viskozita	[m ² .s ⁻¹]
ρ	hustota látky	[kg.m ⁻³]
ρ_l	hustota kapaliny	[kg.m ⁻³]
ρ_m	hustota směsi	[kg.m ⁻³]
ρ_0	hustota látky při normálních podmínkách	[kg.m ⁻³]
ρ_v	hustota páry	[kg.m ⁻³]
ρ^*	kritická hustota kapalina	[kg.m ⁻³]
σ	povrchové napětí kapaliny	[1]
σ	kavitační číslo	[1]

Indexy:

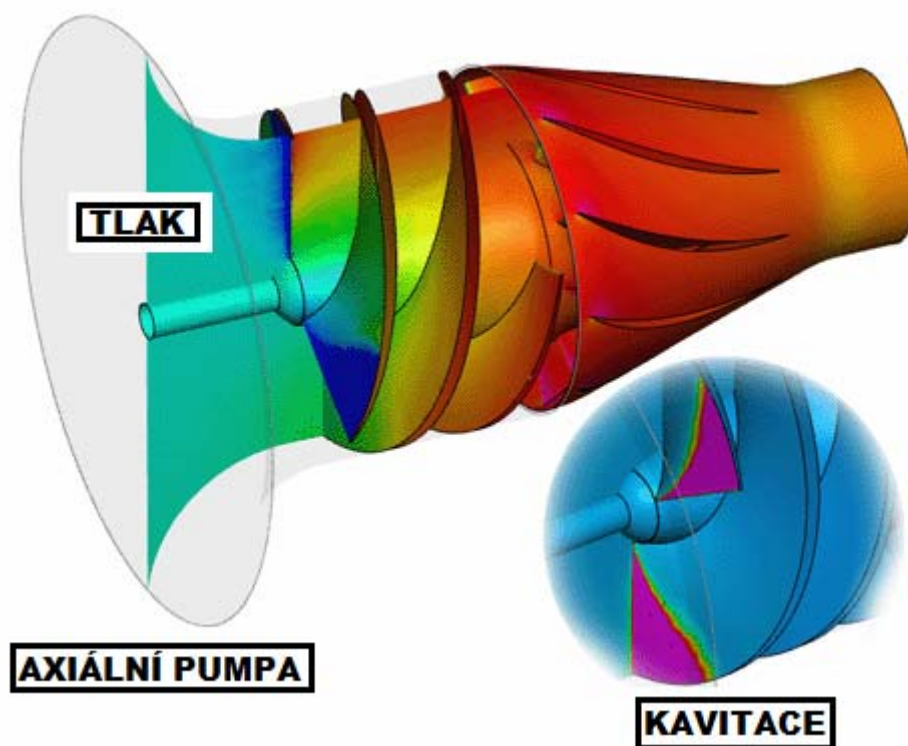
l	tekutina	[1]
v	pára	[1]

Úvod

Kavitace je nežádoucí jev známý dlouhou dobu. Do popředí se však dostala až při intenzivnějším rozvoji různých hydraulických strojů a zařízení. Zvyšování nároků na hydraulické systémy (zvyšování rychloběžnosti lodních šroubů, vodních turbín, zlepšování sacích schopností čerpadel) se střetlo s výskytem kavitace a vynutilo si důkladné studium jejich problémů. I když otázky kavitace jsou intenzivně řešeny několik desetiletí, potrvá ještě dlouhou dobu, než se dospěje k jednoznačnému a experimenty potvrzenému názoru na složitý kavitační jev.

Kavitace je jev, který je ovlivněn vlastnostmi kapalin prakticky vždy znečištěných mikroskopickými tuhými a plynnými částicemi, má neustálený charakter, daný vznikem a zánikem kavitačních dutin, spojený s termodynamikou a difúzí v mikroskopických oblastech proudu kapaliny a probíhající ve velmi krátkých časech. Kavitace vzniká v důsledku poklesu tlaku při průtoku zúženými průřezy, při odtržení proudu s vytvořením sekundárních vírů a v důsledku kmitání, které vyvolává tlakové vlny. Projevuje se hlukem, má vliv na kvalitu kapaliny, provoz zařízení a životnost jednotlivých prvků. Kavitačí se urychluje oxidace minerálních olejů kavitačními bublinami, v nichž je obsažen také vzduch. Navíc dochází k nedokonalému zaplnění pracovních prostorů (např. u čerpadel) a tím ke snížení průtoku. Nerozpuštěné vzduchové bubliny snižují nosnost olejové vrstvy, což může vyvolat havárii. Nejhorším důsledkem kavitace je tzv. kavitační eroze materiálu viz obr. 1.1. Jev, jehož účinky se intenzivně projevují téměř na všech materiálech v podobě mikroskopických rozrušení, doprovázených nejen značnými mechanickými účinky, ale i jinými, např. elektrochemickými.

Z tohoto stručného popisu je patrné, že problémy kavitace zasahují do mnoha odvětví. V dnešní době přispívá značnou měrou při studiu kavitačního jevu ultrazvuková technika a v první řadě s rozvojem výpočetní techniky je možné využívat simulační programy, které umožňují řešit proudění v zadané geometrii. Takovéto programy využívají pro trojrozměrné proudění především *Navier-Stokesovy* rovnice. Právě řešením podoby proudění ve 2D a 3D geometriích se zabývá modul CFD – „*Computational Fluid Dynamics*“ (numerické modelování obecně). Tato metoda umožňuje zachytit dynamické účinky proudění v zadané geometrii.



Obr. 1 Vznikající kavitace na lopatkách axiální pumpy [20]

Numerická simulace proudění metodou konečných objemů pomocí software FLUENT vyžaduje na počátku popis geometrie a vytvoření diskrétních nepřekrývajících se elementů, konečných objemů. K tvorbě geometrie a výpočetní sítě tvořené konečnými objemy je možné využít různých komerčních softwarů jako je mnou používaný GAMBIT, 3D STAR, ANSA apod.



Obr. 1.1 Oběžné zkavitované kolo [6]

1 Kavitační jev

1.1 Historie kavitace

Již v roce 1754 naznačuje Leonard Euler kavitační jev ve své teorii vodních turbín. Zmiňuje se, že nedostačující tlak v dokonalé kapalině může vyvolat nesrovnalosti mezi teorií a praxí. V technické praxi se setkáváme s kavitací o něco později, a to v roce 1894 při zkouškách anglického torpédoborce Daring s lodními šrouby. Zvyšování rychlosti lodí si vyžádalo vyřešení rychloběžných lodních šroubů. Zdaleka se nedosáhlo přepokládané rychlosti lodí, neboť u šroubů se vyskytla kavitace. Samostatný kavitační jev byl v literatuře popsán v roce 1895 S. W. Barnabyn. Ten vysvětluje pokles výkonu lodního šroubu tvořením bublin, které jsou podle jeho domněnky vyplněny vodní parou. Proto lodní šroub musel být několikrát vyměněn. Při nízkých otáčkách pracoval šroub dobře, avšak při jejich zvýšení se tažná síla šroubu zmenšovala, neboť šroub pracoval v kavitaci. Na lopatkách lodních šroubů bylo po několika hodinách provozu v kavitaci patrné rozrušení povrchu, které nabylo hloubkového vzhledu [8].

Před techniky tím vyvstal nečekaný problém. Bylo třeba podrobně studovat otázky kavitace. V laboratořích se vyvolala kavitace nejjednodušeji v tryskách. Již v roce 1901 je v literatuře pojednání O. Reynoldse, který popisuje pokus se skleněnou tryskou. Při průtoku vody nastalo v nejužším průřezu trysky takové snížení tlaku, že nastala kavitace. V tomto místě se začaly tvořit bubliny vodní páry, které v rozšiřující části trysky opět zmizely.

U vodních turbín se vyskytla kavitace později. V roce 1907 podává Wagenbach zprávu o kavitačním rozrušení oběžného kola Francisovy vodní turbíny hydroelektrárny v Jaice v Bosně, které bylo zničeno kavitačním účinkem již za několik týdnů provozu. Se zvyšováním rychloběžnosti vodních turbín se vyskytovaly kavitační úkazy častěji. Podobně jako u lodních šroubů závisel další vývoj vodních turbín na řešení otázek kavitace.

Výzkum vlastního kavitačního jevu se zaměřil nejdříve na teoretické a experimentální zjištění podmínek kavitace. Bylo zjištěno, že pro vznik kavitace je bezpodmínečně nutný pokles tlaku proudící kapaliny na hodnotu tlaku nasycených par, který odpovídá teplotě kapalin. Teprve o něco později asi v roce 1920 se zaměřil výzkum na vyšetřování odolnosti materiálu proti kavitační korozi a erozi. V několika

hydrocentrálách byly upevněny vzorky různých materiálů na sací straně lopatek oběžného kola, kde se vyskytovala kavitační koroze. Po třech rocích provozu, se zjistilo, že nerezavějící ocel odolává nejlépe kavitační korozi vzhledem k ostatním zkoušeným materiálům. Kromě studia fyzikální podstaty kavitačního jevu je zaměřena pozornost na zvyšování odolnosti materiálu proti účinkům kavitace. Výzkum průběhu kavitačního rozrušování musí být zaměřen na mikroskopické popřípadě makroskopické pozorování změn, které se odehrávají následkem rychle se měnících kavitačních účinků. Velmi důležité jsou otázky ve stavbě hydraulických strojů a zařízení, neboť kavitace značně ovlivňuje jejich provozní vlastnosti a náklady [1].



Obr. 1.2 Ukázka kavitačního poškození u lodního šroubu [12]

Přestože otázka kavitace a kavitační koroze je řešena několik desetiletí, jak o tom svědčí četná pojednání v literatuře, není dosud tento složitý jev vysvětlen do všech podrobností. Výzkum začínal v Evropě. Nejdřív v Anglii a Německu, později se prováděl ve většině průmyslově vyspělých zemí. Dnes se však těžiště výzkumných prací přesouvá do USA a Ruska. Tento vývoj je zcela přirozený, neboť výzkum kavitace se stává velmi složitý a čím hlouběji chce věda vniknout do podstaty problému, tím náročnější jsou potřebné měřicí metody a složitější přístroje. Kavitační výzkum bude stále dražší, a proto se střediska dalšího výzkumu přesouvají do velkých a průmyslově vyspělých států, které mohou finančně zajistit další průběh výzkumných prací.

1.2 Podstata a druhy kavitace

Kavitace je nežádoucí děj, kterému je v dnešní době věnována velká pozornost. *Kavitací* nazýváme složitý jev vzniku a zániku dutin v proudící kapalině. Účinky kavitace na materiál nazýváme *kavitačním napadením* nebo *rozrušením*. Kavitace vzniká při snížení tlaku kapaliny na tlak nasycených par, odpovídající teplotě kapaliny. Za těchto podmínek se začne kapalina odpařovat a tvoří se velmi malé bublinky. Kavitační bubliny jsou unášeny proudící kapalinou, a jakmile se dostanou do oblasti vyššího tlaku, pára v bublinkách kondenzuje a vznikají kavitační dutiny. Do těchto dutin vniká okolní kapalina velkou rychlostí. Po zaplnění dutiny dochází k velkému rázu, a pokud tak nastane na povrchu, je materiál značně namáhán a rozrušován. Kavitační bubliny, které vyplňují část proudu kapaliny, tvoří *kavitační oblast*. Z počátku, při malém poklesu pod tlak nasycených par, vzniká tzv. *počáteční kavitace*. Kavitační oblast se periodicky zvětšuje nebo zmenšuje [1]. Při dalším snížení tlaku se kavitační oblast zvětší a ustálí se. Při popisu kavitačních oblastí se přihlíží k jejich tvaru, místu výskytu a stálosti. Podle tvaru jsou kavitační oblasti *kapsovité* a *vláknové*. Podle místa výskytu může být kavitační oblast uvnitř proudu kapaliny nebo v blízkosti, popřípadě na obtékané ploše. Kavitační oblast též může vzniknout *odtržením proudu* od obtékaného povrchu. Příčinou této kavitace je víření kapaliny mezi hlavním proudem a obtékaným povrchem. Z hlediska obsažených plynů dělíme kavitaci na dva následující základní druhy:

Parní kavitace – obsah par vznikající odpařováním kapaliny při dosažení tlaku nasycených par a malé množství nekondenzujícího plynu (vzduchu) v kapalině, typickým příkladem je voda.

Bublinková kavitace - obsah plynů (např. vzduchu) v kapalině, který při změně tlaku mění objem a je jednou z příčin stlačitelnosti kapaliny, typickým příkladem je olej.

1.3 Fyzikální vlastnosti kapalin a kavitace

Na kavitaci mají vliv vlastnosti kapaliny. Dle kinetické teorie kapalin působí u homogenní kapaliny velké mezimolekulární síly, k jejichž roztržení je potřeba tlaku až 10^9 Pa. Jelikož ale ideálně homogenní kapalina neexistuje, je k jejímu roztržení zapotřebí daleko menších sil a to je důsledek kavitace. Kavítaci způsobují odlišné vlastnosti nerozpuštěného plynu a plynu, který je ukryt na nesmáčivých částech (nebo i uvnitř), tyto bublinky právě způsobují nehomogenitu kapaliny. Nehomogenní místa se nazývají kavitační jádra, která jsou u každé látky jiná. Například u vody mají poloměr $1,5 \cdot 10^{-2}$ až $1,5 \cdot 10^{-4}$ mm. [8]

Kavitace je dobře známa především v hydraulických systémech pracujících s vodou a vodními emulzemi. V poslední době se projevuje i v olejových hydraulických zařízeních, protože se v těchto zařízeních zvyšuje provozní tlak a průtok. Znalosti o kavitaci na vodě jsou jen omezeně přenositelné na olej z důvodu rozdílných fyzikálních vlastností médií. Používané kapaliny v hydraulických systémech jsou:

- Kapaliny na bázi minerálních olejů
- Těžkozápalné kapaliny (olejové emulze, polyglykolové roztoky, syntetické kapaliny)

Pro přehlednost jsou v následující tabulce 1.3 [6] uvedeny fyzikální vlastnosti vybraných kapalin, kde nejdůležitější informace jsou tlak nasycených par při dané teplotě a modul pružnosti.

Fyzikální vlastnosti	jednotka	voda	vodní pára	vzduch
hustota	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	1000	dle stavové rovnice	1,225
viskozita	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$	0,001003	dle kinetické rovnice	$1,7894 \cdot 10^{-5}$
molová hmotnost	$[\text{kg} \cdot \text{kmol}^{-1}]$	-	18,015	28,966
tlak nasycených par při dané teplotě	[Pa]	3567,8	-	-
povrchové napětí	$[\text{N} \cdot \text{m}^{-1}]$	0,0717	-	-

Tab. 1.3 Fyzikální vlastnosti vybraných kapalin

Minerální olej, voda, těžkozápalná kapalina a syntetická kapalina jako velmi často používané hydraulické kapaliny jsou typické obsahem vzduchu ve dvou variantách:

- jako rozpuštěný vzduch,
- jako nerozpuštěný vzduch ve směsi kapalina-vzduch.

1.3.1 Vliv vzduchu na vznik kavitace

Při proudění zúženou částí Lavalovy dýzy dochází ke zvýšení rychlosti, snížení tlaku a vzniku kavitace. Kavitační oblast se mění s rostoucím průtokem. Oblast kavitace je pravděpodobně složena z vody, vodní páry a vzduchu. Proto se jedná o vícefázové proudění. Obsahu vzduchu musíme věnovat zvláštní pozornost. Voda obsahuje malé omezené množství nekondenzujícího plynu – páry, které může mít významný účinek na kavitační oblast způsobený rozpínavostí při nízkých tlacích. Dle literatury [18] nelze modelovat kavitaci se zanedbaným obsahem vzduchu. Důsledkem přítomnosti vzduchu v kapalině je její stlačitelnost definovaná modulem pružnosti oleje a způsobuje dynamické chování proudění. Bohužel tento přístup způsobuje velké nepřesnosti ve srovnání s experimentálními výsledky zejména v případech dynamických problémů. Modul pružnosti dle základní definice:

$$d\rho = \frac{\rho_l}{K} dp \quad (1.1)$$

kde je ρ_l - hustota kapaliny,

K - modul pružnosti kapaliny.

Modul pružnosti kapaliny K je nutno určit dostatečně přesně, neboť významně ovlivňuje řešení. Existuje řada metod k jeho určení, založených na následujících principech:

- metoda odebírání vzorku
- anemometrie
- fotoelektrické metody
- měření hustoty
- měření rychlosti vzduchu
- kapacitní metody

Problematika přítomnosti *vzduchu* v kapalině ukazuje na nestabilitu obou fází (tj. rozpuštěného a nerozpuštěného vzduchu) v případě dynamických jevů v hydraulickém

systému. *Rozpouštění vzduchu v kapalině* se řídí Henryho zákonem:

$$V_{\text{vr}} = V_{\text{k}} \cdot k \cdot \frac{p_2}{p_a} \quad (1.2)$$

kde je V_{vr} - objem rozpuštěného vzduchu v kapalině,

V_{k} - objem kapaliny,

p_2 - tlak na konci děje,

p_a - atmosférický tlak,

k - absorpční součinitel.

Množství vzduchu je mírně závislé na teplotě, ale v rozsahu teplot 20-80 °C je téměř konstantní. Se stoupajícím tlakem se hodnota obsaženého vzduchu v kapalině zvyšuje. Při porušení rovnovážného stavu, při kterém došlo k nasycení kapaliny vzduchem, a to v důsledku změny tlaku či teploty kapaliny, dochází k uvolňování molekul vzduchu a ke vzniku bublin, čímž se vytváří směs kapaliny se vzduchem, nebo naopak dochází k rozpouštění dalšího vzduchu v kapalině. Celý tento děj také závisí na čase. Jak již bylo zmíněno, další možnost je, že kapalina obsahuje *nerozpuštěný vzduch*. Kapalina se obecně předpokládá jako *více fázová homogenní směs* kapaliny a vzduchu o malém objemovém množství. Vícefázový model řeší v tomto případě proudění směsi kapaliny a vzduchu, přitom vzduchu je podstatně méně (řádově do 12 % objemu). Hustota je pak určena na základě hustoty směsi pro vícefázový model.

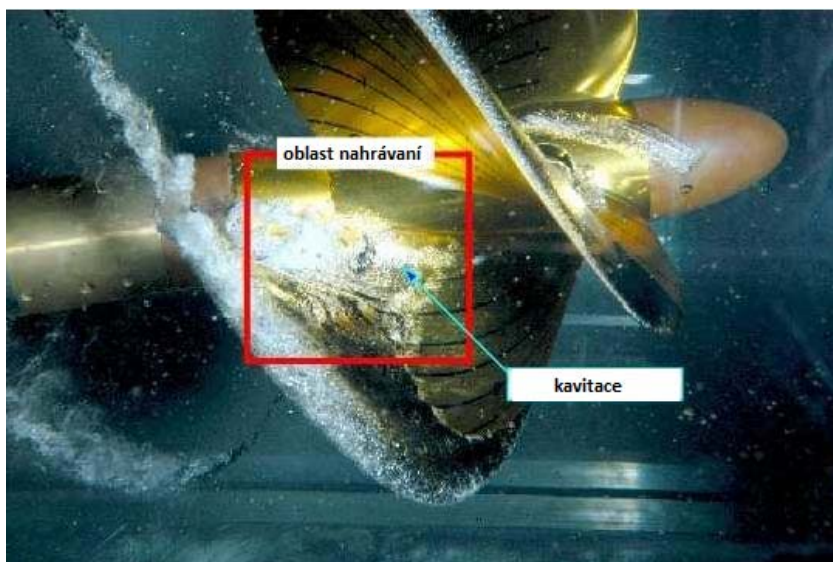
1.4 Kavitace

Kavitace je jev charakterizovaný vznikem a zánikem (imploze) bublinek v proudící kapalině. Účinky kavitace na materiál se nazývají kavitační opotřebení (Obr. 1.4).



Obr. 1.4 Detail lodního šroubu poškozeného kavitací [12]

Kavitace vzniká při snížení tlaku na tlak nasycených par dané kapaliny. Vznik bublin souvisí s varem kapaliny. Kavitační bubliny jsou unášeny kapalinou, a jakmile se dostanou do oblasti vyššího tlaku, pára v bublinách kondenzuje a vzniknou kavitační dutiny. Do těchto bublin vniká okolní kapalina velkou rychlostí. V nejbližším okolí těchto bublinek dochází k pozoruhodnému uvolnění energie, lokální růst teploty spojený s tímto dějem se odhaduje až na 3000 °C a tlaky v oblastech stovek MPa v nanosekundových časových úsecích. Kavitace je vlastně studeným varem v kapalině. Pokud se tak stane v blízkosti stěny, tak je velmi namáhána a je poškozována. Kavitační bubliny, které vyplňují část proudu kapaliny, tvoří kavitační oblast. Zpočátku, při malém poklesu pod tlak nasycených par vzniká počáteční kavitace (slabá vrstva podél stěn potrubí). Jeví se jako neustálená kavitační oblast, v níž se projevují menší pulsace tlaku proudící kapaliny. Kavitační oblast se periodicky zvětšuje a zmenšuje.



Obr. 1.5 Detail lodního šroubu poškozeného kavitací [12]

Při dalším snížení tlaku se kavitační oblast zvětší a ustálí. Z popisu kavitace vyplývá, že tekutina charakteristická pro kavitační model bude složena z kapaliny, páry a vzduchových bublin. Plyny obsažené v kapalině způsobují významné změny hustoty kapaliny. Tyto změny budou funkcí času, tlaku a teploty. Z hlediska obsažených plynů existují dvě varianty kavitace a to kavitace parní a bublinková. Kavitační vzniká v důsledku poklesu tlaku při průtoku zúženými průřezy, při odtržení proudu s vytvořením sekundárních vírů a v důsledku kmitání, které vyvolá tlakové vlny. Projevuje se hlukem, má vliv na kvalitu kapaliny, provoz zařízení a životnost prvků. Hluk čerpadel může dosáhnout až 90 dB. Kavitační se urychluje oxidace minerálních olejů kavitačními bublinami, v nichž je obsažen také vzduch. Navíc dochází také k nedokonalému zaplnění pracovních prostorů a tím ke snížení průtoku. Nerozpuštěné vzduchové bubliny snižují nosnost olejové vrstvy, což může vyvolat havárii. Nejhorším důsledkem kavitace je kavitační eroze materiálu. V dnešní době můžeme odhadnout vznik kavitace na základě tzv. kavitačního čísla σ , které je charakterizované v poměru tlaků proudící kapaliny k tlaku nasycené páry.

$$\sigma = \frac{p_0 - p_{\text{sat.}}}{\frac{1}{2} \rho_1 v^2} \quad (1.3)$$

kde je p_0 - tlak při normálních podmínkách,

$p_{\text{sat.}}$ - tlak nasycených par,

ρ_1 - hustota kapaliny,

v - rychlost kapaliny.

2 Kavitační v tryskách

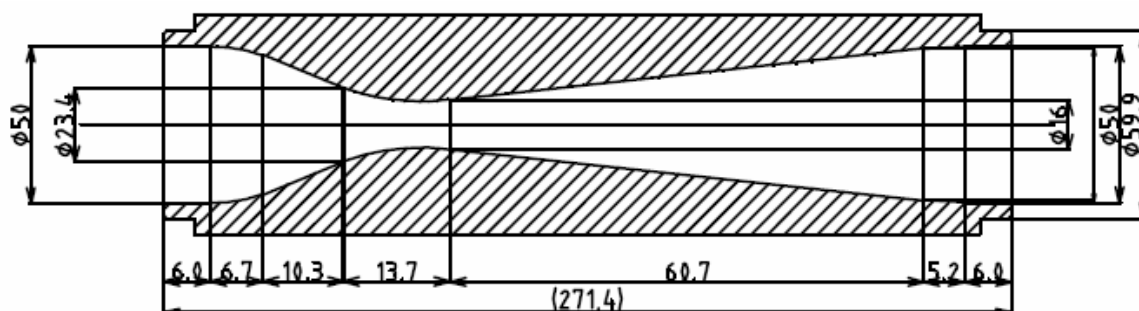
2.1 Vývoj kavitace v tryskách

Venturiho trubice s kruhovým průřezem je nejjednodušším hydraulickým zařízením ke zkoumání hydrodynamických poměrů a vlivu teploty kapaliny na počátek a vývin kavitace. Současně lze určit tlak při počátku kavitace a tlak uvnitř kavitační oblasti v různých stupních vyvinuté kavitace. Jedním z činitelů, který bezprostředně určuje počátek kavitace, je tlak ve vstupním průřezu trubice, který může být vyjádřen vztahem:

$$p_1 = \frac{p_{1A} - p_{\text{sat.}}}{\rho \cdot g} \quad (2.1)$$

g - tíhové zrychlení.

To znamená, že průtok byl konstantní. Za nejužším místem v trubici vzniká plně vyvinutá kavitační oblast, která má vliv na průtok trubicí. Kavitační oblast je neustálená a její vznik určuje počátek kavitace.



Obr. 2.1 Řez Lavalovou dýzou

2.2 Lavalova dýza

Lavalova dýza byla vynalezena v roce 1897 švédským vědcem Gustavem de Lavalem pro použití v impulsní parní turbíně. Princip byl poté poprvé použit Robertem Goddardem při stavbě prvního raketového motoru [10]. Lavalova dýza je geometricky jednoduché zařízení, které slouží k přeměně energie především při proudění plynů. Je charakterizován pozvolným zúžením a následně rozšířením průtočného průřezu. Dle Bernoulliho rovnice dojde nejdříve ke zvýšení rychlosti při proudění v zúžení a samozřejmě zároveň ke snížení tlaku. Následně se kapalina může vrátit do původního stavu s respektováním ztrát. Při proudění kapalin je jev přeměny energie specifický tím, že při průtoku kapaliny zúženým průtočným průřezem může nastat situace, kdy snížení tlaku je velmi výrazné a může se snížit až na úroveň tlaku nasycených par. Při dalším průchodu až do rozšíření trysky se může pára opět transformovat do stavu kapalného.

3 Definice matematického modelu

Proudění skutečných kapalin může být klasifikováno jako *laminární* nebo *turbulentní*. U turbulentního proudění bylo na základě experimentálních měření zjištěno, že na stěnách potrubí nebo obtékaného tělesa vzniká vrstva kapaliny s laminárním pohybem, tzv. *laminární podvrstva*, jejíž tloušťka je několik desetin milimetrů. Těsně za laminární podvrstvou je *přechodová vrstva* mezi laminární podvrstvou a *turbulentním jádrem*, které tvoří další oblast turbulentního proudu [2]. Kritérium pro stanovení přechodu laminární mezní vrstvy na turbulentní je pomocí Reynoldsova čísla, jehož hodnota se mění se stupněm turbulence proudu, viz literatura [2]. V případě jednorozměrného proudění v potrubí je přechod k turbulenci dán experimentálně určeným kritickým *Reynoldsovým číslem* Re , definovaným vztahem:

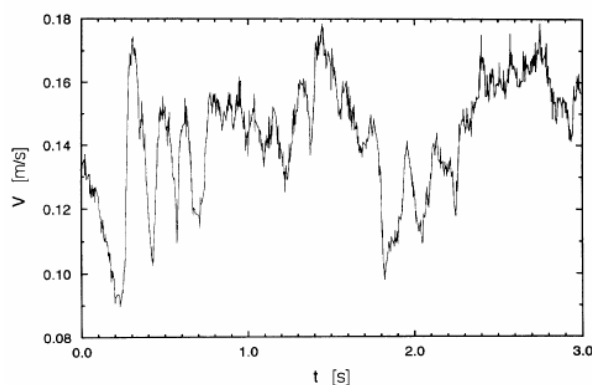
$$Re = \frac{v_s \cdot d}{\nu} \quad (3.1)$$

kde v_s – střední rychlost v potrubí,

d – průměr potrubí,

ν - kinematická viskozita.

Kritická hodnota $Re_{KRIT.}$ pro potrubí kruhového průřezu je 2320. Při $Re \leq Re_{KRIT.}$ se v potrubí vyvine uspořádané laminární proudění, pohyb se děje ve vrstvách a částice tekutiny se nepohybují napříč průřezem. Je-li $Re \geq Re_{KRIT.}$, proudění je turbulentní. Při vyšších Reynoldsových číslech částice tekutiny konají neuspořádaný pohyb všemi možnými směry. Tento pohyb je nepravidelný a náhodný. Proudění se obecně nazývá turbulentní, jestliže jeho proměnné vykazují chaotické fluktuace jak v prostoru, tak i v čase viz obr. 3.1.



Obr. 3.1 Plně vyvinuté turbulentní proudění- rychlost jako funkce času [2]

Vlastnostmi turbulentního proudění jsou: *náhodný pohyb, tečné napětí, turbulentní viskozita, difúzní charakter turbulence*. Jako turbulentní model můžeme uvést K- ε dvourovnicový model turbulence mixture.

3.1.1 $k - \varepsilon$ dvourovnicový model turbulence mixture

Definici matematického modelu provedeme pomocí rovnic o zachování hybnosti-Navier-Stokesových rovnic pro směr x , y a z a rovnice kontinuity pro směs. Pro výpočet kavitace metodou konečných objemů se v literatuře [10], [13] doporučuje použít dvourovnicový $k - \varepsilon$ model. Pro nízká Reynoldsova čísla je vhodné použít RNG $k - \varepsilon$ model. Tento model je popsán rovnicemi v diferenciálním tvaru a je odvozen z Navier-Stokesovy rovnice. Rovnice jsou definovány pro časově středované veličiny (tlak, rychlost) a jsou odvozeny v literatuře [10], [13]. Jejich tvar je: rovnice kontinuity platná pro středované veličiny pro směs:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j)}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

Rovnice pro přenos hybnosti

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \rho \delta_{i3} g + \rho f_{e_{ij3}} \bar{u}_j + \rho f_i \quad (3.3)$$

V případě dvourovnicového $k - \varepsilon$ modelu jsou tyto rovnice doplněny rovnicí pro přenos kinetické turbulentní energie k a rychlosti disipace ε .

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_j} - g_j \frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial \rho}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \rho c_{1\varepsilon} (P + c_{3\varepsilon} G) - \rho c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.5)$$

kde P a G představují produkci turbulentní kinetické energie v důsledku napětí a vztlačových sil.

3.2 Vícefázové proudění

Matematický aparát byl v minulosti formulován řadou vynikajících vědců. Patřili mezi ně např. Bernoulli, Euler, Laplace, Stokes, Navier, Newton, Reynolds a mnoho dalších. V posledních letech se pro stanovení dynamických vlastností určitého fyzikálního systému rozšířila metoda matematického modelování a simulace, přitom se používají postupy a metody teorie regulace, teorie obvodů, maticového počtu a metody řešení obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic. V posledních letech jsou určité zjednodušené postupy nahrazovány metodami numerickými ve spojení s výpočetní technikou. Správnost těchto výpočetních mechanismů se ověřuje experimentálně. Velké množství aplikací v přírodě a v průmyslových technologiích se týká směsí fází. Vícefázové modely umožňují modelování většího počtu oddělených, ale vzájemně se ovlivňujících fází. Fázemi se předpokládá:

- plyn,
- kapalina,
- pevná látka.

Do vícefázového proudění zahrnujeme řešení následujících problémů: *kavitace, aerace, spalování, odpařování, hydraulická a pneumatická doprava* aj. Prakticky se lze setkat s různými variantami vícefázových systémů.

3.3 Vícefázové matematické modely

Vícefázové modely umožňují modelování většího počtu oddělených, ale vzájemně se ovlivňujících fází. Fáze mohou být kapalné, plynné a pevné v různých kombinacích. Pro Euler-Eulerův vícefázový postup existují tři vícefázové modely, jsou to:

- **VOF model - model volné hladiny (Volume of Fluid)**
- **Model směsi (Mixture Model)**
- **Eulerův model**

Každý z těchto modelů má své typické aplikace a také své klady i zápory. Proto v následujících odstavcích je uveden krátký přehled těchto modelů, jejich kompletní popis lze najít v literatuře [2], [6].

3.3.1 VOF model

VOF MODEL (tzv. model s volnou hladinou) je vhodný pro vrstvené proudění a proudění s volnou hladinou. VOF modelem se může řešit proudění dvou a více nesmísitelných kapalin řešením momentové rovnice a sledováním objemového zlomku každé kapaliny v oblasti. Typické aplikace zahrnují předpověď odtržení proudu, pohyb velkých bublin v kapalině, pohyb kapaliny za hrází a ustálené nebo neustálené sledování jakýchkoliv rozhraní kapalina - plyn.

3.3.2 Model směsi (MIXTURE MODEL)

MODEL SMĚSI (MIXTURE MODEL) - je zjednodušený vícefázový model, který lze použít k modelování vícefázového toku, kde se jednotlivé fáze posouvají různou rychlostí. Předpokládá se ale lokální rovnováha na krátkém prostorovém délkovém měřítku. Vazba mezi fázemi musí být silná. Toho se může využít také k modelování homogenního vícefázového proudění s velmi silnou vazbou a fázemi pohybujícími se stejnou rychlostí. Model směsi může modelovat n-fází (tekutina nebo částice) řešením momentové rovnice, rovnice kontinuity a rovnice energie pro směs, rovnice objemového zlomku pro druhou fázi (dispergovanou) a algebraického výrazu pro relativní rychlosti. Typická aplikace zahrnuje sedimentace, cyklónové separátory, částice s nízkým zatížením a bublinkovité proudění, kde objemový zlomek plynu je nízký.

3.3.3 Eulerův model

EULERŮV MODEL - dovoluje modelování vícenásobných oddělených interaktivních fází. Fáze mohou být tekutiny, plyny a pevné látky v libovolné kombinaci. U Eulerova vícefázového modelu je počet dalších fází limitován pouze požadavky na paměť a konvergenci řešení. To znamená, že lze modelovat libovolný počet dalších fází, pokud je dostupná dostatečná paměť počítače. Jak již bylo řečeno, VOF model je vhodný pro stratifikované proudění a proudění s volnou hladinou a mixture a Eulerovský model pro vícefázové proudění s objemovým podílem částic převyšujícím 10 %. Proudění, kde objemový podíl částic je menší než 10 %, je možno užít model diskrétní fáze. Pro obecné vícefázové proudění obsahující více režimů proudění, je třeba vybrat nejdůležitější fázi a následně model, který bude nejlépe řešit tuto fázi. Přesnost řešení samozřejmě nebude tak kvalitní, jako by se řešil každý jednotlivý režim zvlášť, neboť užitý model bude správný pouze pro jeden námi definovaný režim.

V dalším textu je krátká rozvaha, kdy a za jakých podmínek je vhodnější použít který model.

- pro bubliny, kapky a částice, kdy objemový zlomek dispergované fáze je menší než 10 %, se použije diskretní vícefázový model (Euler – Lagrangeův přístup)
- pro bubliny, kapky a částice, kdy objemový zlomek dispergované fáze převyšuje 10 %, se použije buď model směsi, nebo Eulerův model
- pro pneumatickou a hydraulickou dopravu je doporučován model směsi pro homogenní směs a Eulerův model pro proudění s granulemi
- pro vrstvené proudění nebo proudění s volnou hladinou se užije VOF model
- pro fluidizační lože je vhodný Eulerův model

Při výběru mezi mixture a Eulerovským modelem je třeba uvážit následující:

- dispergovaná fáze je rovnoměrně rozložena v celém objemu a velké částice nejsou odděleny od základní fáze proudění, pak je vhodný mixture model, který je méně náročný na čas výpočtu a na stabilitu řešení
- při uvažování odporových sil a napětí je vhodnější Eulerův model

3.4 Matematické modely kavitace

Softwarový program Fluent nabízí několik modelů kavitace, které jsou odlišné v zadávání vstupních parametrů. Při modelování úlohy je velmi důležité zvolit vhodné výpočtové metody a diskretizační schémata.

3.4.1 Singhalův kavitační model

Kavitační model ve Fluentu je založen na takzvaném „plně kavitačním modelu“, který vytvořil Singhal. Všechny kavitační modely jsou založeny na Rayleigh-Plesset rovnici viz rovnice (3.13). V tomto modelu jsou akceptovány všechny jevy prvního řádu (např. změna fáze, dynamika bublin, turbulentní tlakové fluktuace a nekondenzující plyn). Nicméně na rozdíl od základní teorie, která předpokládá jednu fázi, u níž se mění hustota proudění, kavitační model ve Fluentu je založen na vícefázovém proudění [4].

Použití modelu:

- Minimálně pro dvoufázový tok
- Singhalův kavitační model může být použit pouze s vícefázovým modelem směsi (mixture multiphase model) a to buď se smykovou rychlostí, nebo bez ní

Omezení modelu:

- Žádný kavitační model nelze použít s kombinací VOF modelu, protože povrchové napětí řešeného systému je rozdílné pro VOF model a kavitační model
- Vyžaduje zvolit jako primární fázi kapalinu a jako sekundární fázi páru
- Nelze použít s Eulerovským vícefázovým modelem
- Není kompatibilní s modelem turbulence LES (*Large Eddy Simulation*)

Zadávané základní parametry v modelu:

V Singhalově kavitačním modelu zadáváme tři základní parametry:

- Tlak nasycených par - hodnota tohoto tlaku se dle dostupné literatury liší, ale většinou je udávána v rozmezích hodnot od 2530 Pa do 3600 Pa
- Povrchové napětí - ($0,0717 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$)
- Hmotnostní zlomek nekondenzujícího plynu – ($1,5\cdot 10^{-8}$)

Zohledňující parametry v modelu:

V Singhalově kavitačním modelu jsou zohledněny následující předpoklady:

- zkoumaný systém obsahuje pouze dvě fáze (kapalinu a její páru) a jistý zlomek separovaného modelovaného nekondenzujícího plynu
- vytvoření (vypařování) a kolaps (kondenzace) bublinek je v tomto modelu zahrnut
- hmotnostní zlomek nekondenzujícího plynu je znám
- kavitační model může být použit pouze pro vícefázovou simulaci, která využívá model směsi zahrnující pouze dvě fáze
- v kavitačním modelu mohou být stlačitelné všechny fáze (kapalina, plyn, pára)

Singhalův kavitační model používá dvě rovnice kontinuity pro dvě fáze.

- Kapalná fáze:

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-\alpha)\rho_l] + \nabla[(1-\alpha)\rho_l \vec{V}] = -R \quad (3.6)$$

- Plynná fáze:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha \rho_v) + \nabla(\alpha \rho_v \vec{V}) = R \quad (3.7)$$

- Směs:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla(\rho_m \vec{V}) = 0 \quad (3.8)$$

kde hustota směsi je definována jako:

$$\rho_m = \alpha \rho_v + (1 - \alpha) \rho_l \quad (3.9)$$

Kombinací předešlých vzorců dostaneme výraz pro objemový zlomek páry α . Tento objemový zlomek páry α souvisí s hustotou bublin n a s minimálním poloměrem bublin R_B . Koeficient R zde zastupuje generaci páry nebo odpařování [5].

$$\alpha = n \times \left(\frac{4}{3} \pi R_B^3 \right) \quad (3.10)$$

$$R = \frac{3\alpha}{R_B} \cdot \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{(p_B - p)}{\rho_l}} \quad (3.11)$$

Předpokládáme, že pracovní tekutina je směsí vody a páry s určitým obsahem vzduchu. Standardní řídicí rovnice [7] v modelu směsi a turbulentním modelu popisuje tok a zodpovídá za efekt turbulence. Transportní rovnice pro páru určuje hmotnostní zlomek páry f z rovnice:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m f) + \nabla(\rho_m \vec{v}_v f) = \nabla(\gamma \nabla f) + R_e - R_c \quad (3.12)$$

kde ρ_m je hustota směsi, \vec{v}_v je vektor rychlosti parní fáze, γ je efektivní součinitel výměny, R_e a R_c jsou členy udávající hodnotu generace resp. kondenzace páry (nebo poměr změny fáze). Poměrová vyjádření jsou odvozena z linearizované Rayleigh-Plessetovy rovnice [16] a zohledňují limitní velikost bublinky.

$$\frac{p_B(t) - p_\infty(t)}{\rho_l} = R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{4\nu_L}{R} \frac{dR}{dt} + \frac{2S}{\rho_l R} \quad (3.13)$$

Tyto členy jsou funkcí okamžitého lokálního statického tlaku a jsou dány vztahy:

Pro $p \leq p_{\text{sat}}$:

$$R_e = C_e \cdot \frac{V_{\text{CH}}}{\sigma} \rho_l \rho_v \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_{\text{sat.}} - p)}{3 \rho_l}} \cdot (1 - f) \quad (3.14)$$

Pro $p \geq p_{\text{sat}}$:

$$R_c = C_c \cdot \frac{V_{\text{CH}}}{\sigma} \rho_l \rho_l \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_{\text{sat.}} - p)}{3 \rho_l}} \cdot (f) \quad (3.15)$$

Na základě rovnice (3.11) Singhalův kavitační model zahrnuje hmotnostní zlomek páry do transportní rovnice jako proměnnou, která se řídí rovnicí:

$$\frac{\partial}{\partial t}(f_v \rho) + \nabla(f_v \rho \vec{V}_v) = \nabla(T \nabla f_v) + R_e - R_c \quad (3.16)$$

kde f_v – hmotnostní zlomek páry,

f_g – nekondenzující plyn,

T – difúzní koeficient.

3.4.2 Zwart-Gerber-Belamri kavitační model

Tento kavitační model předpokládá, že všechny bubliny v kapalině při kavitačním jevu mají stejnou velikost [5].

Použití modelu:

- Pro směs i v Eulerovském vícefázovém modelu
- Tento model je kompatibilní se všemi modely turbulence v softwaru ANSYS FLUENT

Omezení modelu:

- Žádný kavitační model nelze použít s kombinací VOF modelu, protože povrchové napětí řešeného systému je rozdílné pro VOF model a kavitační model
- Nezadáváme množství nerozpuštěného vzduchu v základním nastavení

Zadávané základní parametry v modelu:

V tomto kavitačním modelu zadáváme pět základních parametrů:

- Tlak nasycených par – (2368,7 Pa)
- Minimální poloměr bublin – ($1 \cdot 10^{-6}$ m)
- Nukleační objemový zlomek – (0,0005)
- Odpařovací koeficient – (50)
- Kondenzační koeficient – (0,01)

Podle Zwart-Gerber-Belamri je celková hmotnost fáze R počítána podle rychlosti změny hmoty v bublině a hustoty bublin n v celkovém objemu.

$$R = n \cdot \left(4\pi R_B^2 \cdot \rho_v \frac{DR_B}{Dt} \right) \quad (3.17)$$

kde R_B - minimální poloměr bubliny,

n - hustota bublin,

ρ_v - hustota páry.

Nahrazující hodnota hustoty bublin n nám v rovnici vyjadřuje čistou hmotnost fáze R:

$$R = \frac{3\alpha\rho_v}{R_B} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{p_B - p}{\rho_l}} \quad (3.18)$$

kde p_B - tlak v bublině,

p - statický tlak,

α - objemový zlomek páry,

ρ_l - hustota kapaliny.

Klíčový předpoklad tohoto modelu je, že kavitace bublin se navzájem neovlivňují. Toto je přijatelné jen v počátku kavitace, kdy kavitační bublina roste od místa vzniku. Pára na tomto místě zvyšuje svůj objem, naopak hustota páry musí být úměrně snížena. Tento kavitační model navrhuje nahradit α za $\alpha_{nuc} \cdot (1 - \alpha)$. Pak konečná podoba je následující:

Pokud je $p \leq p_{sat}$, pak vztah je následující:

$$R_e = F_{vap} \cdot \frac{3\alpha_{nuc} \cdot (1 - \alpha)\rho_v}{R_B} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{p_{sat} - p}{\rho_l}} \quad (3.19)$$

Pokud je $p \geq p_{sat}$, pak vztah je následující:

$$R_c = F_{cond} \cdot \frac{3\alpha\rho_v}{R_B} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{p - p_{sat}}{\rho_l}} \quad (3.20)$$

kde R_B - minimální poloměr bubliny,
 α_{nuc} - nukleační objemový zlomek páry,
 F_{vap} - odpařovací koeficient,
 F_{cond} - kondenzační koeficient,
 p_{sat} - tlak nasycených par,
 α - objemový zlomek páry.

3.4.3 Schnerr - Sauer kavitační model

Použití modelu:

- Model je kompatibilní s modelem směsi a Eulerovským vícefázovým modelem
- Tento model je kompatibilní se všemi modely turbulence v softwaru ANSYS FLUENT

Omezení modelu:

- Žádný kavitační model nelze použít s kombinací VOF modelu, protože povrchové napětí řešeného systému je rozdílné pro VOF model a kavitační model
- Nezadáváme množství nerozpuštěného vzduchu v základním nastavení

Zadávané základní parametry v modelu:

V tomto kavitačním modelu zadáváme pouze dva základní parametry:

- Tlak nasycených par – (2368,7 Pa)
- Počet bublin – ($1 \cdot 10^{13}$)

Stejně jako v Singhalově kavitačním modelu tento kavitační model používá stejný způsob pro odvození výrazu pro čistý přenos hmoty z kapaliny na plyn. Rovnice pro zlomek objemu páry má obecnou podobu [5]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho_v) + \nabla \cdot (\alpha\rho_v \vec{V}) = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \cdot \frac{D\alpha}{Dt} \quad (3.21)$$

Pak čistá hmotnost zdroje je následující:

$$R = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \quad (3.22)$$

kde ρ_v - hustota páry,

ρ_l - hustota kapaliny,

ρ - hustota látky.

Na rozdíl od dvou předešlých kavitačních modelů má tento kavitační model výraz pro objemový podíl počtu bublin na jednotku objemu.

$$\alpha = \frac{n_b \frac{4}{3} \pi R_B^3}{1 + n_b \frac{4}{3} \pi R_B^3} \quad (3.23)$$

kde je:

$$R_B = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{3}{4\pi} \frac{1}{n_b} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.24)$$

Rychlost přenosu hmoty u tohoto kavitačního modelu je oproti předchozím kavitačním modelům úměrná $\alpha \cdot (1-\alpha)$. Také v tomto modelu je jediným ze zadávaných parametrů počet bublinek v jednotce objemu kapaliny. Konečná podoba modelu je následující:

Pro $p \leq p_{sat.}$:

$$R_e = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \cdot \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \frac{3}{R_B} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{(p_{sat.} - p)}{\rho_l}} \quad (3.25)$$

Pro $p \geq p_{sat.}$:

$$R_c = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \cdot \alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \frac{3}{R_B} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{(p - p_{sat.})}{\rho_l}} \quad (3.26)$$

3.5 Vhodná volba kavitačního modelu

V praktické aplikaci kavitační modely výrazně ovlivňují některé faktory numerické stability. Např. vysoký rozdíl tlaků mezi vstupní a výstupní oblastí, velký podíl plynu v kapalině apod. Tyto všechny aspekty mají vliv na konvergenci řešení. Z důvodu těchto zmíněných aspektů musíme vhodně zvolit kavitační model. V softwaru ANSYS FLUENT 12.0.16, jak již bylo dříve zmíněno, jsou k dispozici tři kavitační modely. Modely Zwart-Gerber-Belamri a Schnerr - Sauer jsou stabilnější a tím můžeme předpokládat rychlejší konvergenci řešení. Proto uživatelská příručka tohoto softwaru ANSYS FLUENT 12.0.16 [5] doporučuje použití modelů Zwart-Gerber-Belamri a Schnerr - Sauer. Singhalův model je fyzicky podobný těmto dvěma modelům, ale je numericky méně stabilní a obtížnější se používá, protože je citlivější na počáteční podmínky viz omezení v kapitole 3.4.1.

4 Experimentálně měřené proudění v Lavalově dýze

Úkolem této diplomové práce bylo využít experimentálně získaná data z hydraulického obvodu, který byl sestaven v laboratoři N 108 jako vstupní data pro modelování. Tento obvod má simulovat proudění vody v Lavalově dýze. V samotném zúžení Lavalovy dýzy předpokládáme, že tlak poklesne na tlak nasycených par, a tím dojde ke vzniku kavitace. Úkolem bude tedy porovnat experimentálně získané hodnoty z hydraulického obvodu s hodnotami získanými numericky pomocí softwaru ANSYS FLUENT. Experimentálně získaná data z obvodu budou mít klíčovou úlohu pro nadefinování okrajových podmínek v softwaru ANSYS FLUENT. Následně budu tyto hodnoty získané pomocí dvou odlišných metod porovnávat, jestli se shodují. Kavitace je jev, který v dnešní době řešiteli klade různé otázky, které jsou buď částečně, nebo nejsou vůbec zodpovězeny. Budu se zabývat otázkami např. jak se kavitační oblast bude měnit se vzrůstajícím průtokem (délka kavitační oblasti), jaké tlaky naměříme v různých místech kavitační oblasti, jaký vliv bude mít vzduch obsažený ve vodě na vznik a délku kavitační oblasti. Sestavený hydraulický obvod můžeme vidět na obr. 4.1.



Obr. 4.1 Pohled na hydraulický obvod v laboratoři N 108

4.1 Definice jednotlivých prvků a snímačů v obvodu

- Odstředivé čerpadlo typu CR
- Průmyslový snímač tlaku (p_1)
- Průmyslový snímač tlaku (p_2, p_3)
- Lavalova dýza
- Frekvenční měnič
- Polypropylenová válcová nádrž s hadicí
- Potrubí
- Hliníkový rám

Poznámka: podrobná specifikace jednotlivých prvků je uvedena v příloze A2.

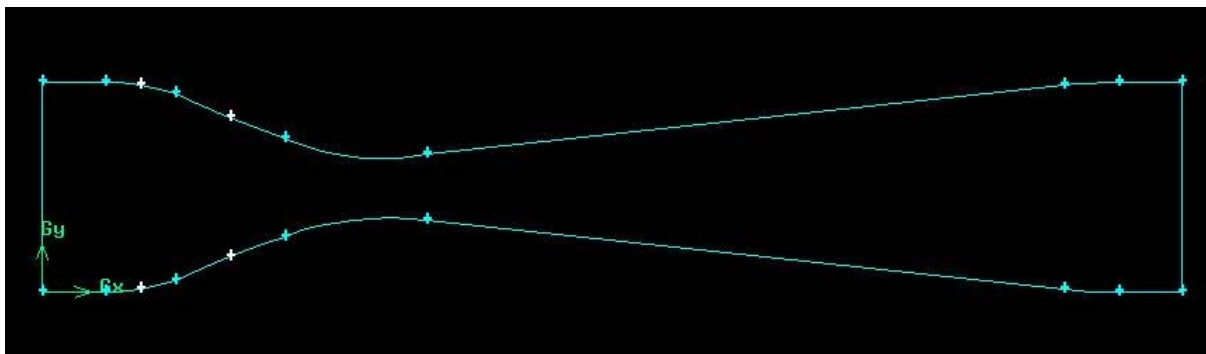
5 Matematické modelování proudění v Lavalově dýze

5.1 Základní uživatelské nástroje programu GAMBIT

Poznámka: základní popis uživatelských nástrojů programu Gambit je uveden v příloze A3. Pro podrobnější popis odkazují na literaturu [9].

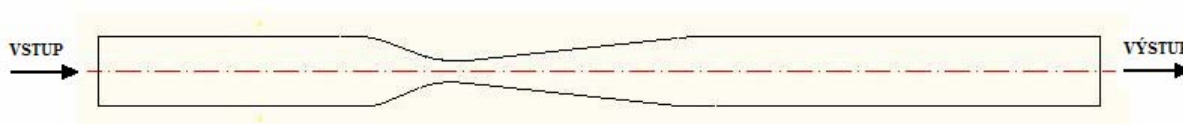
5.2 Vytvoření geometrie dýzy

Pro řešení proudění v Lavalově dýze jsem využil uživatelské nástroje v programu GAMBIT, viz kapitola 5.1. Na začátku řešení jsem základní geometrii Lavalovy dýzy dostal ve formě výkresu *.dwg (software AutoCad). Podle výkresu jsem v GAMBITU 2.4.6 nakreslil základní entity. Začínal jsem od jednotlivých bodů, viz obr. 5.1. Body jsem následně spojil do jednotlivých křivek a z nich vytvořil plochu, protože se jedná o 2D úlohu.



Obr. 5.1 Vytvoření základní geometrie v programu GAMBITU

Jakmile byla vytvořena základní geometrie viz obr. 5.2, tak následovalo síťování. Síťování jsem provedl pomocí panelu „MESH“, který nabízí pět základních nástrojů pro tvorbu výpočetní sítě. Filozofie tvorby výpočetní sítě je stejná jak pro tvorbu geometrie. Lze postupovat od tvorby výpočetní sítě základních entit až po síťování celého objemu.

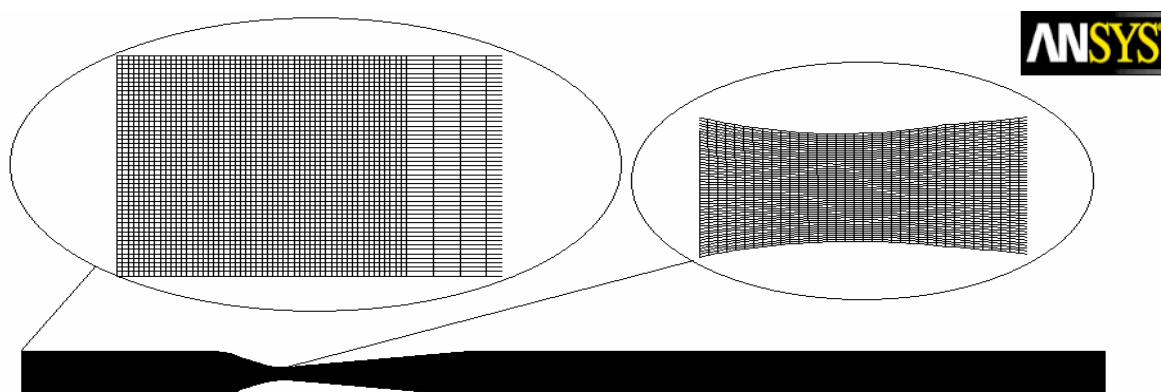


Obr. 5.2 Základní geometrie Lavalovy dýzy

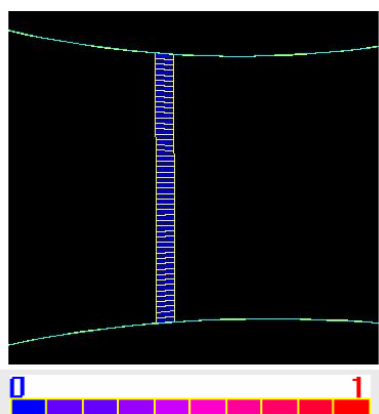
5.3 Síťování geometrie

Obečné předpoklady pro tvorbu sítě doporučují využití pravidelných čtyřstěnů nebo šestistěnů v případě síťování objemu a v případě síťování plochy se doporučuje čtvercová síť. Počítání na takovéto síti je rychlejší a přesnější. Avšak vzhledem ke tvaru geometrie Lavalovy dýzy nebylo možné tuto zásadu všude dodržet. Samotné zúžení Lavalovy dýzy je geometricky náročné. Hrozilo zde nebezpečí deformace sítě a tím vznik nekvalitních buněk. Při prvním pokusu o síťování jsem vytvořil čtvercovou síť (Quad/Map) viz Obr. 5.3. Trojúhelníkové síti (Tri/Pave) jsem se snažil v tomto případě vyhnout. Proto jsem

zvolil čtvercovou síť, která je obtížnější, ale z hlediska numerického výpočtu nabízí kvalitnější možnost síťování - výpočtu. Síťoval jsem s postupným zhuštěním k obrysovým hranám. Dbal jsem na to, aby samotné zúžení Lavalovy dýzy bylo vysítováno ze stejného počtu segmentů a aby jednotlivé buňky sítě na sebe navazovaly, viz obr. 5.4. Celkový počet buněk v tomto případě byl 24300.



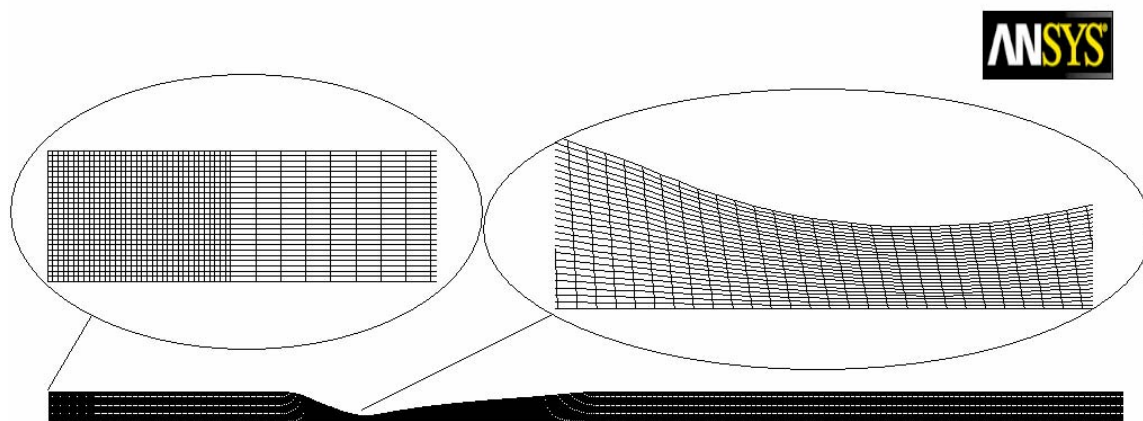
Obr. 5.3 Čtvercová síť s jednotlivými detaily



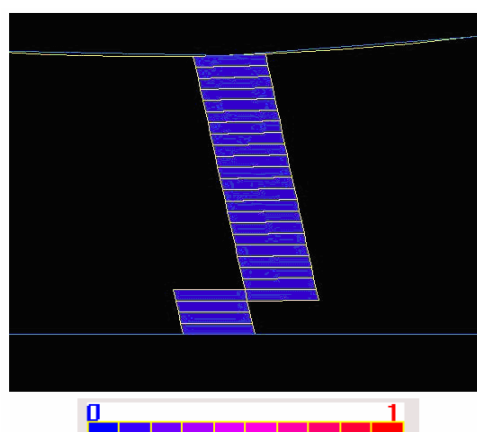
Obr. 5.4 Detail kvality výpočetních buněk v zúžení Lavalovy dýzy
(0 - nejkvalitnější buňka, 1 - nejméně kvalitní buňka)

Další typ sítě byl vytvořen na tzv. osově symetrické geometrii. Výhoda této geometrie spočívala v tom, že pro vysítování geometrie bylo použito daleko méně buněk. Tento krok se jednak projevil na zjednodušení výpočetní sítě, ale i samotné numerické řešení se urychlilo. Síť jsem zhustil na vstupu, výstupu a v samotném zúžení Lavalovy dýzy. Zhuštění sítě na začátku a na konci geometrie dýzy by se mělo pozitivně projevit v rychlosti konvergence a správnosti numerického řešení. Počátek vzniku kavitace očekáváme v samotném zúžení, kdy se kavitační oblast bude postupně zvětšovat v rozšiřujícím se průřezu dýzy. Abych mohl samostatný kavitační jev kvalitně namodelovat, potřeboval jsem v zúžení dýzy jemnou a kvalitní síť. Proto jsem v tomto

místě Lavalovy dýzy provedl zjemnění sítě. Celkový počet buněk v tomto případě byl 9700, viz obr. 5.5. Na obr. 5.6 můžeme vidět vysoce kvalitní buňky v zúžení Lavalovy dýzy.

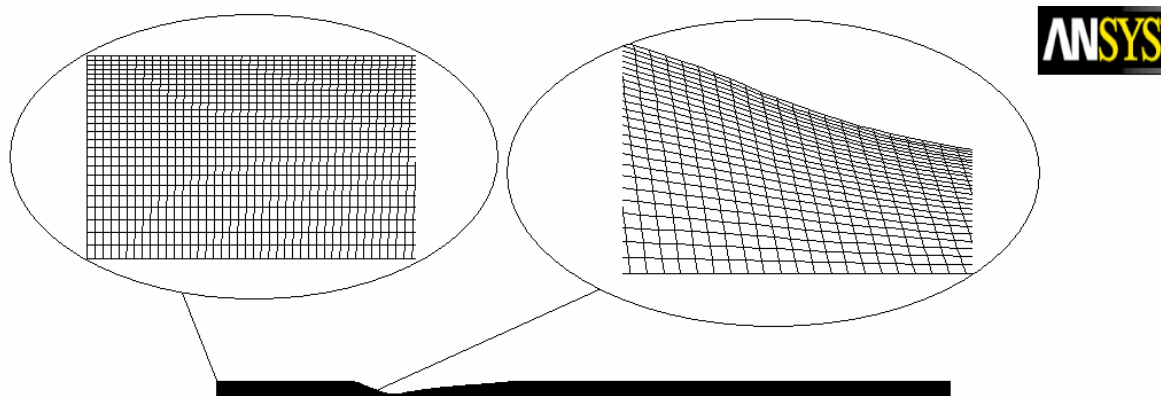


Obr. 5.5 Osově symetrická úloha s jednotlivými detaily Lavalovy dýzy

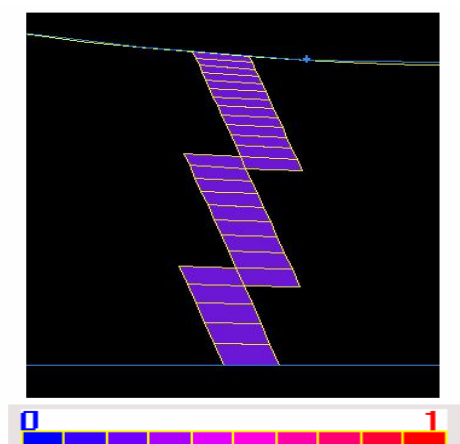


Obr. 5.6 Detail kvality výpočetních buněk v zúžení Lavalovy dýzy
(0 - nejvyšší kvalita, 1 - nejnižší kvalita)

Z důvodu kontroly výpočtů jsem vytvořil třetí typ výpočetní sítě, jednalo se opět o úlohu osově symetrickou, která základní strukturou byla velice podobná výpočetní síti v předešlém případě, ale bez jakéhokoliv zhuštění. Rozdíl byl pouze v tom, že jsem síťoval s menším krokem (síť byla jemnější). Tento krok se samozřejmě projevil i v navýšení počtu buněk. Celkový počet buněk byl 25325, viz obr. 5.7. Na obr. 5.8 můžeme opět vidět kvalitu výpočetních buněk. Po otestování jednotlivých sítí nejlepší parametry vykazovala síť na první osově symetrické úloze. Tato síť měla nejlepší předpoklady pro správné řešení a rychlou konvergenci úlohy, a to z důvodu jednak přiměřeného počtu kvalitních buněk a z vhodného zhuštění sítě na vstupu, na výstupu a v samotném zúžení dýzy.



Obr. 5.7 Osově symetrická úloha třetího typu s jednotlivými detaily Lavalovy dýzy

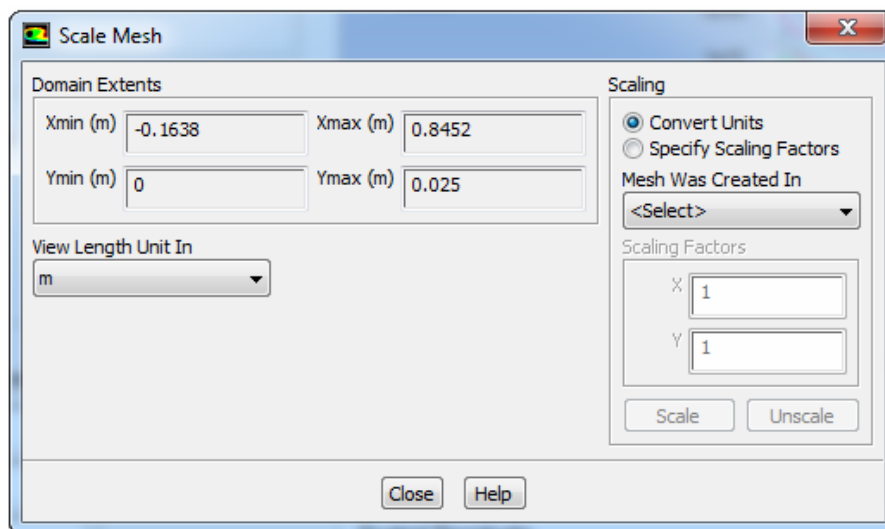


Obr. 5.8 Detail kvality výpočetních buněk v zúžení Lavalovy dýzy
(0 - nejkvalitnější buňka, 1 - nejméně kvalitní buňka)

5.4 Definování okrajových podmínek a fyzikálních vlastností

Po vysítování bylo možné přistoupit k samotnému řešení proudění v Lavalově dýze. Před spuštěním samotné úlohy je třeba nastavit a ověřit několik základních parametrů nutných pro výpočet. Po samotném importu souboru obsahujícího výpočtovou síť je dobré provést kontrolu sítě v položce „Grid/Check” a zejména ověřit správnou velikost importované sítě v položce „Grid/Scale”. Častým problémem při výpočtu bývá právě špatně nastavené měřítko, kdy jsou nejčastěji zaměněny délkové hodnoty v milimetrech za hodnoty udávané v metrech. Z tohoto hlediska je jasné, že počítání na řádově odlišné síti nemůže vést ke správným výsledkům, viz obr. 5.9. Dále následuje definice modelu a řešiče, zde je nutné zvolit, zda je úloha stacionární nebo nestacionární a také volba samotného modelu. FLUENT nabízí model pro laminární a několik modelů pro turbulentní proudění. Proudění v Lavalově dýze bylo uvažováno jako turbulentní. V dalších možnostech je nastavení vícefázového proudění, zahrnutí rovnice energie atd.

Podstatnou otázkou je definice materiálů, čili co bude v Lavalově dýze proudit za médium. V mém případě se jednalo o vodu, páru a vzduch. Okrajové podmínky tvoří důležitou roli pro vlastní výpočet.



Obr. 5.9 Správné nastavení měřítka importované sítě

Vytvořením okrajových podmínek se realizuje zadáním vlastností vybraným oblastem modelu. Okrajové stěny jsem definoval jako *Wall* (stěna), vyjímaje osy symetrie geometrie, která musí být definována jako *Axis* (osa) kvůli osové symetrii dýzy. Vzniklou plochu jsem definoval jako *fluid* (oblast proudění). Vstup nalevo je definován jako *Mass-flow inlet* (vstup pro hmotností průtok) a výstup vpravo jako *Pressure outlet* (tlakový výstup) viz tab. 5.2. Okrajové podmínky byly voleny dle změřených hodnot z experimentu, který byl proveden na VŠB-TUO v laboratoři N 108. Teplota vody byla konstantní 20 °C (tj. 293,15 K). Z toho důvodu mohla být úloha řešena bez vlivu teploty (viz doporučení literatury [5]).

V tabulce 5.1 můžeme vidět přehled jednotlivých řešených variant. Jednotlivé varianty se především od sebe liší zvoleným kavitačním modelem a počtem modelovaných fází. Jako primární fáze byla modelovaná voda a sekundární fáze pára. U některých variant jsem jako druhou sekundární fázi přidal vzduch. U variant C a D jsem testoval vliv množství vzduchu na kavitační oblast. Z těchto různých řešených variant vyplývají i různé okrajové podmínky, které jsem uvedl v tabulce 5.2. V této tabulce názorně vidíme zvolené okrajové podmínky na vstupu a výstupu Lavalovy dýzy. Mimo jiné jsou zde uvedeny i tzv. kavitační podmínky pro jednotlivé kavitační modely. Pro názornost na obr. 5.10 vidíme geometrii Lavalovy dýzy s nadefinováním okrajových podmínek. V tabulce 5.3 je přehled fyzikálních vlastností jednotlivých modelovaných fází (voda, pára, vzduch).

5.4.1 Řešené varianty (tab. 5.1)

varianty	model	proudící médium	s kavitací (bez kavitace)
A	$K - \varepsilon$ RNG model	voda + pára	bez kavitace
B	Singhalův kavitační model	voda + pára	s kavitací
C	Singhalův kavitační model	voda + pára +0,05% vzduchu	s kavitací
D	Singhalův kavitační model	voda + pára +2% vzduchu	s kavitací
E	Schnerr - Sauer kavitační model	voda + pára	s kavitací
F	Schnerr - Sauer kavitační model	voda + pára +0,05% vzduchu	s kavitací
G	Zwart-Gerber-Belamri kavitační model	voda + pára	s kavitací
H	Zwart-Gerber-Belamri kavitační model	voda + pára +0,05% vzduchu	s kavitací

5.4.2 Testované okrajové podmínky (tab. 5.2)

varianty	A	B	C	D	E	F	G	H
vstup								
hmot.průtok vody [kg.s ⁻¹]	3	3	2,999998	2,999923	3	2,999998	3	2,999998
hmot.průtok páry [kg.s ⁻¹]	0	0	0	0	0	0	0	0
hmot.průtok vzduchu [kg.s ⁻¹]	-	-	1,902 .10 ⁻⁶	7,760 .10 ⁻⁵	-	1,902 .10 ⁻⁶	-	1,902 .10 ⁻⁶
výstup								
tlakový výstup [KPa]	105	105	105	105	105	105	105	105
kavitační podmínky								
tlak nasycených par [Pa]	-	2368,7	2368,7	2368,7	2368,7	2368,7	2368,7	2368,7
povrchové napětí [N.m ⁻¹]	-	0,0717	0,0717	0,0717	-	-	-	-
Hmot.zlomek nekondezu. plynu [-]	-	1,5.10 ⁻⁸	1,5.10 ⁻⁸	1,5.10 ⁻⁸	-	-	-	-
počet bublin	-	-	-	-	1.10 ¹³	1.10 ¹³	-	-
min.poloměr bublin [m]	-	-	-	-	-	-	1.10 ⁻⁶	1.10 ⁻⁶
nukleační objemový zlomek [-]	-	-	-	-	-	-	0,005	0,005
odpařovací koeficient [-]	-	-	-	-	-	-	50	50
kondenzační koeficient [-]	-	-	-	-	-	-	0,01	0,01



Obr. 5.10 Nastavení okrajových podmínek na výpočetní geometrii

5.4.3 Fyzikální vlastnosti (tab. 5.3)

	A	B	C	D	E	F	G	H
hustota								
voda [kg.m ⁻³]	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
pára	ideální plyn	ideální plyn	ideální plyn	ideální plyn	ideální plyn	ideální plyn	ideální plyn	ideální plyn
vzduch	-	-	defin. uživat.	defin. uživat.	-	defin. uživat.	-	defin. uživat.
viskozita								
voda [Pa.s]	0,000985	0,000985	0,000985	0,000985	0,000985	0,000985	0,000985	0,000985
pára [Pa.s]	8,854 .10 ⁻⁶	8,854 .10 ⁻⁶	8,854 .10 ⁻⁶	8,854 .10 ⁻⁶	8,854 .10 ⁻⁶	8,854 .10 ⁻⁶	8,854 .10 ⁻⁶	8,854 .10 ⁻⁶
vzduch [Pa.s]	-	-	1,789.10 ⁻⁵	1,789.10 ⁻⁵	-	1,789.10 ⁻⁵	-	1,789.10 ⁻⁵

Poznámka: Jelikož jsem páru nadeřinoval jako ideální plyn, tak vzduch jsem musel nadeřinovat pomocí uživatelského deřinování, které se nachází v roletovém menu v softwaru ANSYS Fluent 12.0.16 pod položkou DEFINE-USER-DEFINED-FUNCTIONS-INTERPRETED. V softwaru poznámkový blok jsem si nadeřinoval následující program a importoval ho do softwaru Fluent.

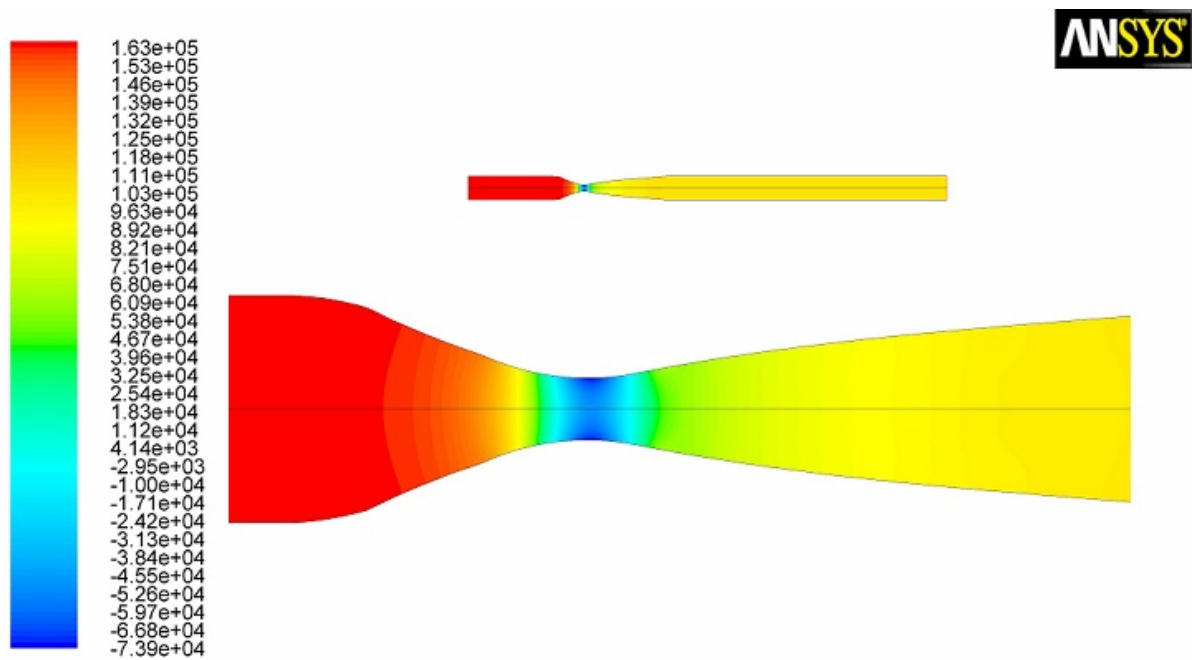
```
#include "udf.h"
DEFINE_PROPERTY(dens_vzduch, cell, thread)
{
    real ro;
    real press = C_P(cell, thread);
    ro = press/(267.1*297.0);
    return ro;
}
```

6 Výsledky numerického modelování

6.1 K- ϵ RNG model (varianta A)

Po definování okrajových podmínek a zvolení výpočetního modelu bylo možné spustit samotný iterační proces. Modelování se opíralo o experimentálně získaná data z měření, které probíhalo na VŠB-TUO v laboratoři N 108. Při převedení souboru s příponou *.msh z prostředí Gambitu 2.4.6 do softwaru Fluent 12.0.16 nebyl žádný problém. Pro výpočty jsem si zvolil, jak již bylo zmíněno, první vytvořenou osově symetrickou 2D úlohu s počtem buněk 9700. Pro první numerické modelování jsem zvolil K- ϵ RNG model, kde primární fází byla voda a sekundární fází byla pára. Úloha byla počítána jako symetrická, časově nezávislá. Toto numerické modelování bylo provedeno z důvodu prvních předpokladů, abych zjistil, jestli tlak v místě zúžení dýzy poklesne a tedy jestli můžu v tomto místě přepokládat vznik kavitace. Následně jsem zinicilizoval úlohu a spustil iterační výpočet. Úloha konvergovala při 263 iteracích.

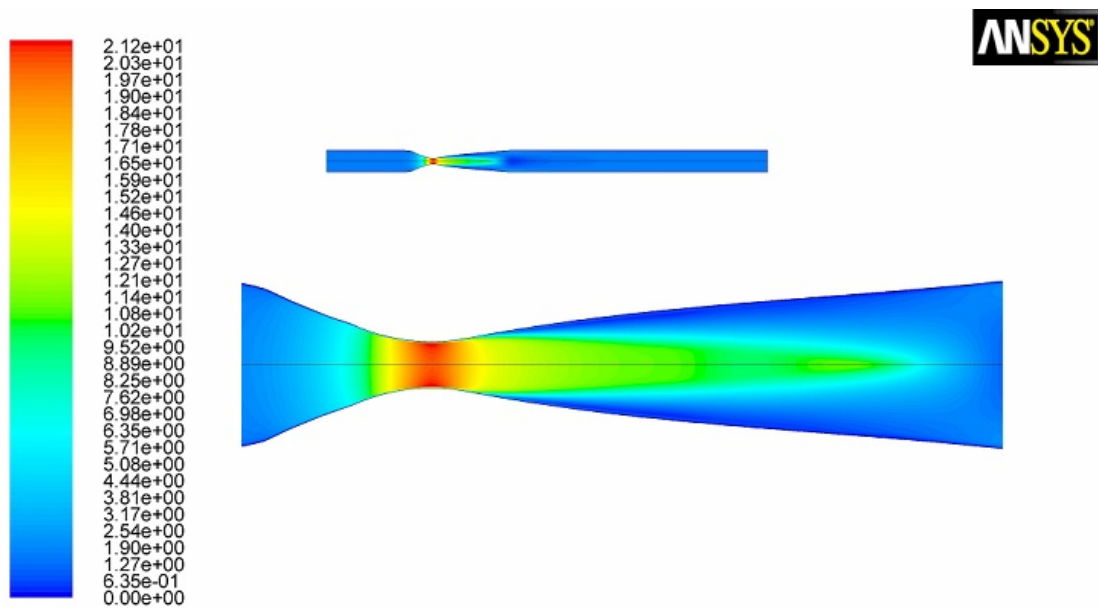
Jako základní výsledky modelování proudění v Lavalově dýze můžou sloužit kontury statického tlaku, rychlosti a objemový zlomek jednotlivých fází (pára a vzduch). Pro zobrazení těchto veličin nebyl vytvořen žádný radiální řez dýzou z důvodu, že se jedná o 2D úlohu. Na obr. 6.1 můžeme vidět kontury statického tlaku i s detailem zúžení Lavalovy dýzy. Na vstupu do trysky je tlak nejvyšší cca 162520 Pa a naopak v místě zúžení dýzy se vytváří podtlak, který dosahuje nejnižší hodnoty cca -73869 Pa. V postupném rozšiřování dýzy se tlak pomalu zvyšuje. Tlak v zúžení dýzy nedosahuje potřebného tlaku nasycených par (2368,7 Pa), proto z tohoto důvodu nám v dýze nevznikla pára. Tento jev se dal předpokládat. Přesto v samotném zúžení trysky tlak poklesnul na nejnižší hodnotu a z tohoto hlediska zde můžu předpokládat vznik kavitace.



Contours of Static Pressure (mixture) (pascal)

ANSYS FLUENT 12.0 (axi, dp, pbns, mixture, rngke) Apr 24, 2010

Obr. 6.1 Kontury statického tlaku



Contours of Velocity Magnitude (mixture) (m/s)

ANSYS FLUENT 12.0 (axi, dp, pbns, mixture, rngke) Apr 24, 2010

Obr. 6.2 Kontury rychlosti

Na obr. 6.2 můžeme vidět kontury rychlostí v Lavalově dýze. V místě zúžení dýzy dosahuje proudící kapalina nejvyšší rychlosti cca 21,15 m/s. V postupném rozšiřování dýzy se rychlost proudící kapaliny snižuje.

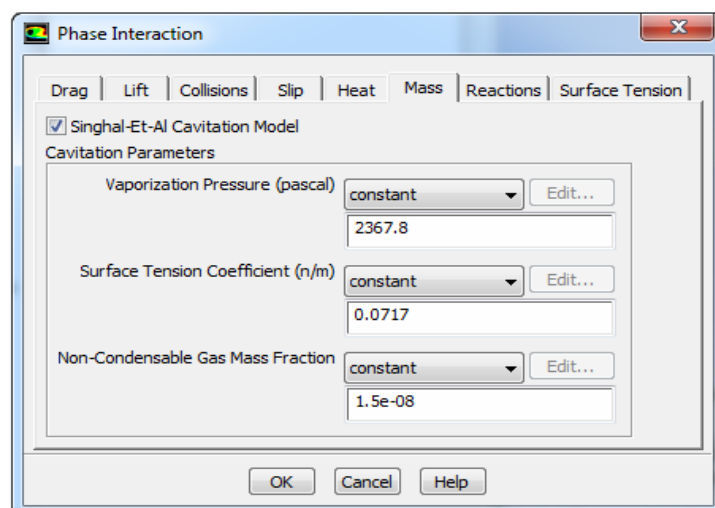
6.2 Singhalův kavitační model (varianta B)

Jedná se přímo o kavitační model, který uživatelský manuál softwaru ANSYS FLUENT 12.0.16 moc nedoporučuje použít na výpočet kavitačních jevů z důvodu nestability, viz kapitola 3.5. Co se týká samotného testování tohoto kavitačního modelu, můžu říci, že s tímto modelem jsem neměl nejmenší problémy a jevil se mi jako vysoce stabilní v porovnání s ostatními kavitačními modely. Tato úloha byla počítána jako symetrická a časově závislá, u které musíme při inicializaci vhodně navolit relaxační parametry, viz tabulka. 6.1. U tohoto modelu kromě obsažené primární fáze vody a sekundární fáze páry obsahuje tento model i hmotnostní zlomek nekondenzujícího plynu, který je obsažen ve vodě. Hodnota obsahu nekondenzujícího plynu je dle doporučení příručky ANSYS Fluent nastavena na hodnotu $1,5 \cdot 10^{-8}$. Dále v tomto modelu nastavujeme tzv. kavitační podmínky, viz obr. 6.3, jako je např. tlak nasycených par, který je v tomto modelu předdefinován na hodnotě 2368,7 Pa. Dalším parametrem je stanovení povrchového napětí, které je zde předdefinováno na hodnotu 0,0717 N/m. Následně jsem zinicilizoval úlohu a spustil iterační výpočet. Úloha konvergovala při 3345 iterací.

Poznámka: U následujících úloh z důvodu velice podobných výsledků jsem kontury statického tlaku a rychlosti přiložil do přílohy A4. Číselné hodnoty kontur všech řešených variant najdeme v tabulce 8.1.

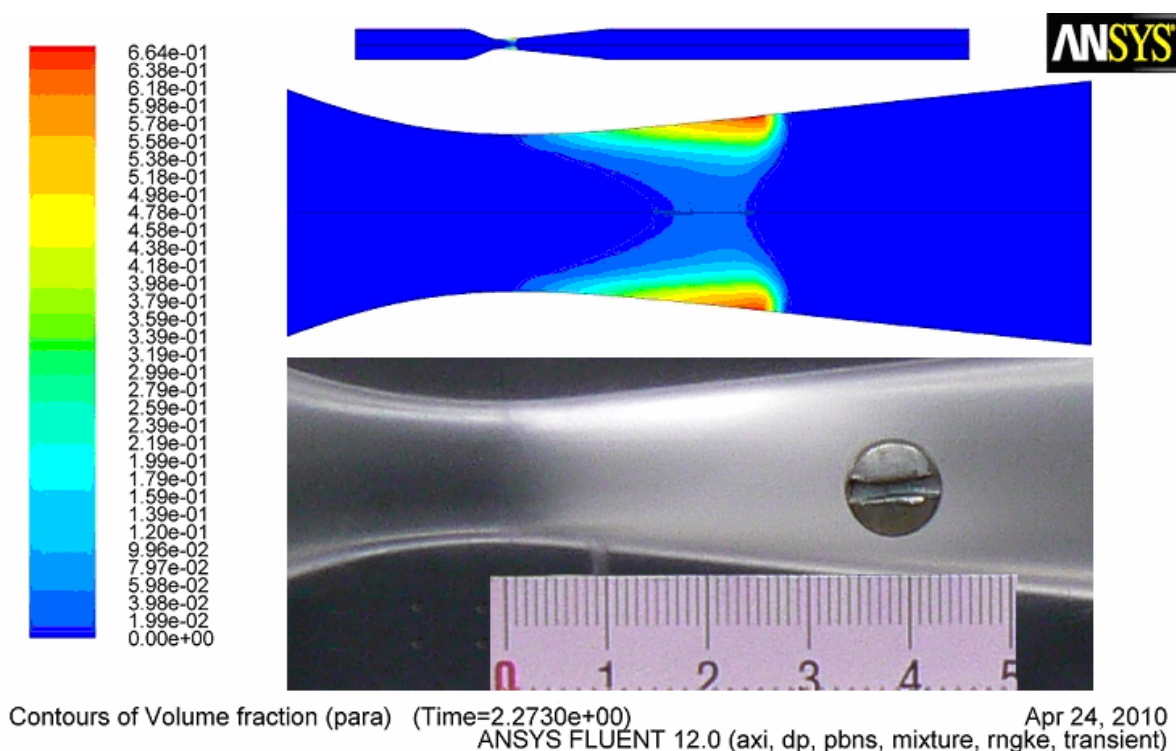
Pressure	0.3	Vaporization mass	0.3
Density	0.8	Slip Velocity	-
Body forces	1	Vapor	0.5
Momentum	0.4	Turbulent kinematic energy	0.1
Turbulent dissipation rate	0.1		
Turbulent viscosity	0.1		
Energy	0.5		

Tab. 6.1 Nastavení relaxačních parametrů



Obr. 6.3 Nastavení kavitačních podmínek u modelu Singhal

Důkazem vzniku kavitace v zúžení trysky je i oblast páry, která vznikne jen v důsledku poklesu tlaku na tlak nasycených par, viz obr. 6.4. Hodnoty páry v zúžení trysky se pohybovaly v rozmezí $0 \div 0,66414$. Pro porovnání a přehlednost jsem do obrázku vložil i fotografii kavitační oblasti, která byla pořízena při měření v laboratoři N 108 na VŠB-TUO. Vidíme, že až na malé odchylky si oblasti odpovídají. Délka oblasti dle přiloženého milimetrového pravítka je cca 35 mm.

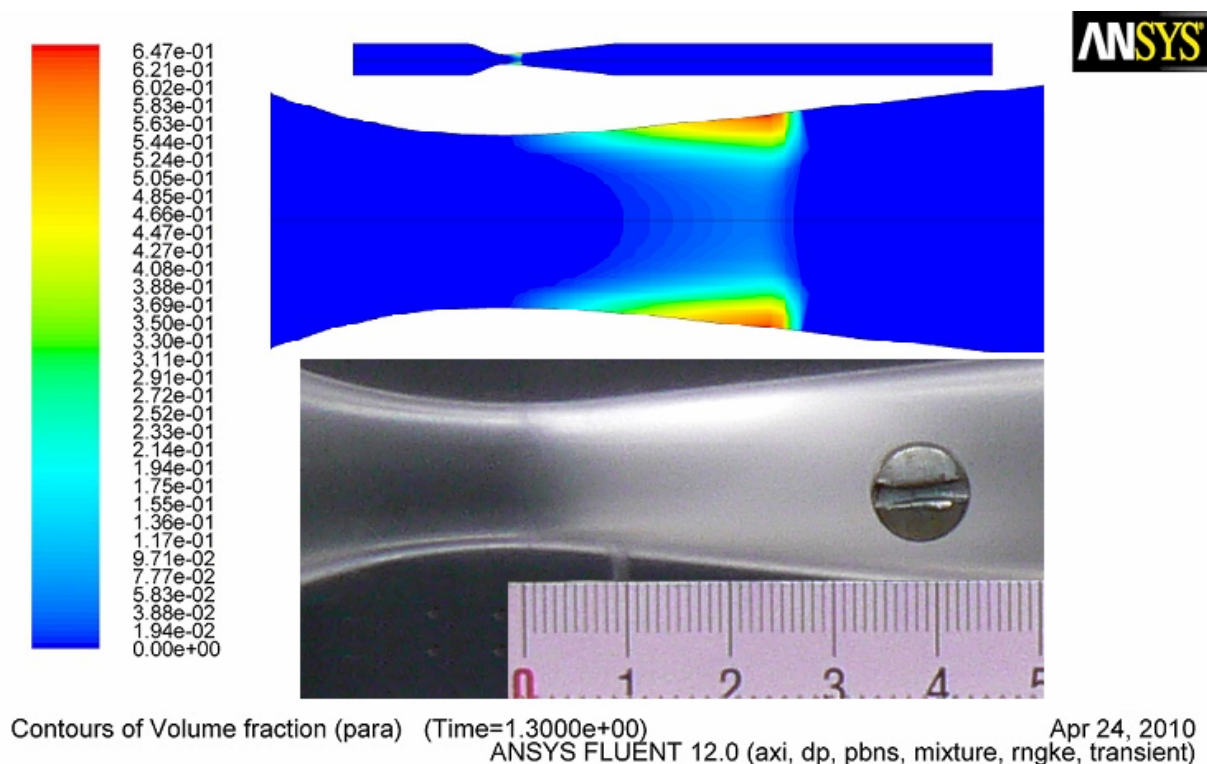


Obr. 6.4 Oblast vzniklé páry v zúžení trysky u modelu Singhal

6.3 Singhalův kavitační model (varianta C)

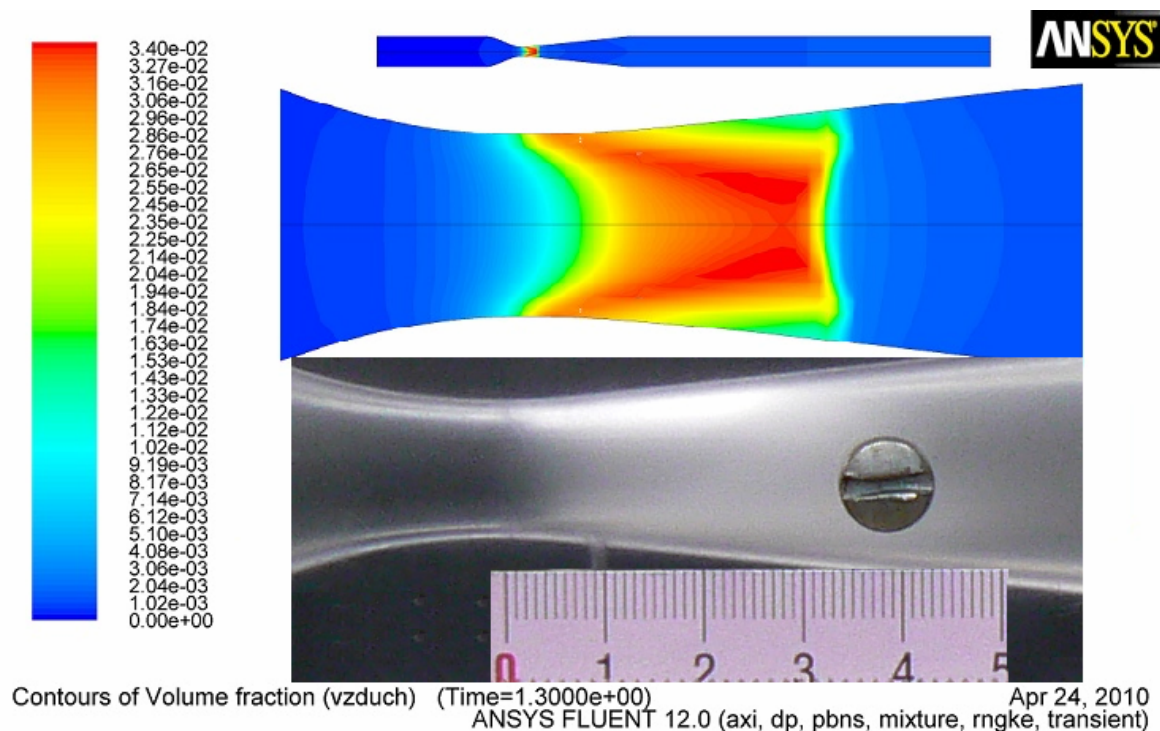
U varianty C bylo kompletní nastavení stejné jako u předešlé varianty (relaxační parametry, kavitační podmínky). Důležitá změna oproti předchozí variantě byla ta, že jsem k primární fázi vodě a sekundární fázi páře přimodeloval i samostatnou další sekundární fázi vzduch. Hmotnostní zlomek jsem si v softwaru Microsoft Excel přepočítal na objemový zlomek vzduchu, který jsem dle doporučení dostupných publikací [18] volil 0,05 % z celkového hmotnostního průtoku $3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, který jsem zadal jako okrajovou podmínku na vstupu do trysky. Úloha konvergovala při 4810 iterací.

Oblast páry, která vznikne, jen v důsledku poklesu tlaku na tlak nasycených par můžeme vidět na obr. 6.5. Hodnoty objemového zlomku páry v zúžení trysky se pohybovaly v rozmezí $0 \div 0,64724$. Množství vzniklé páry je skoro totožné jako u předchozí varianty. Pro porovnání a přehlednost jsem do obrázku opět vložil i fotografii kavitační oblasti, která byla pořízena při měření v laboratoři N 108 na VŠB-TUO. Vidíme, že až na malé odchylky si oblasti páry odpovídají. Délka oblasti dle přiloženého milimetrového pravítka je cca 35 mm.



Obr. 6.5 Oblast vzniklé páry v zúžení trysky u modelu Singhal

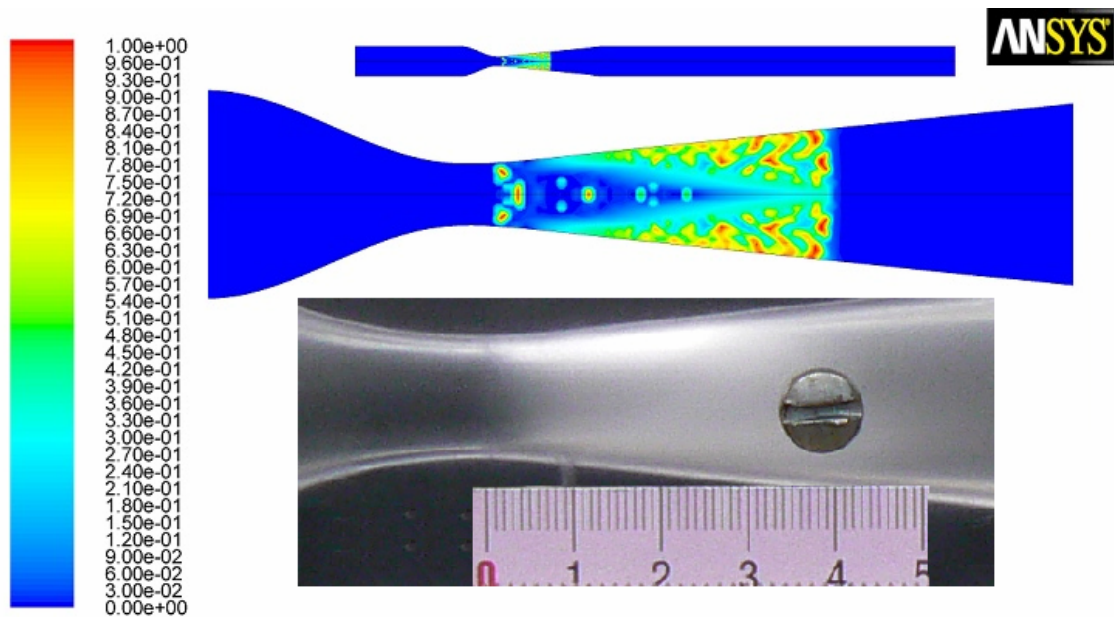
Objemový zlomek vzduchu se v zúžení trysky pohyboval v rozmezích $0 \div 0,03402$. Pro porovnání objemového zlomku vzduchu jsem opět do obrázku vložil fotografii z měření, viz obr. 6.6.



Obr. 6.6 Oblast vzniklého vzduchu v zúžení trysky u modelu Singhal

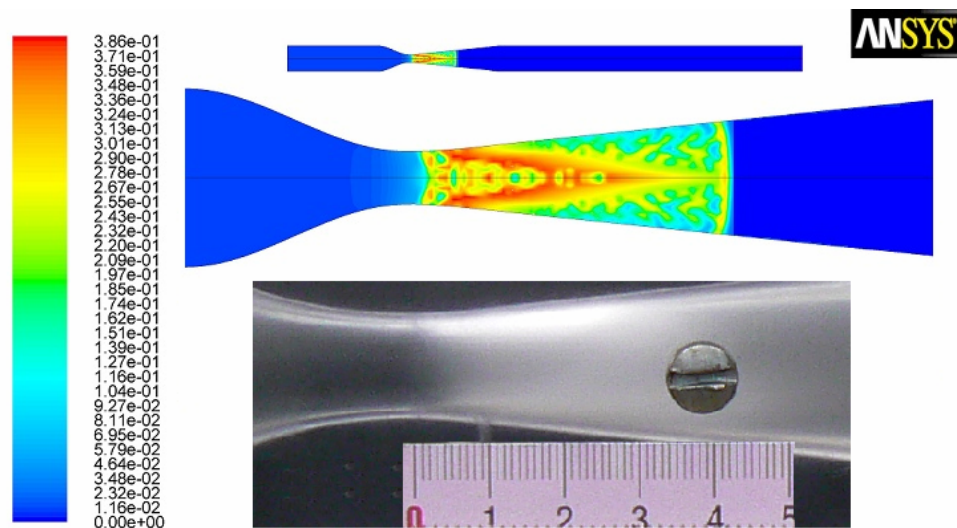
6.4 Singhalův kavitační model (varianta D)

Varianta D je naprosto shodná s variantou C. Tuto variantu jsem modeloval z důvodu odlišného množství objemového zlomku vzduchu. Celkové množství modelovaného vzduchu bylo 2 % z celkového hmotnostního průtoku $3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, který byl zadán na vstupu do trysky. Úloha konvergovala při 4911 iterací. U této varianty jsem nezobrazoval kontury tlaku a rychlosti z důvodu velice podobných hodnot s předešlou variantou. Zaměřil jsem se, jak se změnila oblast vlivem objemového zlomku vzduchu oproti předešlé variantě. Na obr. 6.7 vidíme oblast objemového zlomku páry, která se pohybovala v rozmezích $0 \div 0,99999$. Množství páry oproti předešlé variantě je více, což je způsobeno větším objemem modelovaného vzduchu. Zajímavé a přitom velmi důležité je, že oblast páry je delší oproti experimentu. Je patrné, že výsledky s hodnotou objemového zlomku vzduchu 0,05% [18] jsou nejvíce reálné vzhledem k experimentu. Přitom není vůbec jednoduché odhadnout, kolik procent vzduchu z celkového hmotnostního průtoku zadávaného na vstupu do trysky má řešitel zadat. Chybné zadání znamená, že buď úloha diverguje, nebo výsledky jsou nereálné. Z těchto zajímavých výsledků usuzuji, že nelze modelovat kavitaci se zanedbaným vzduchem.

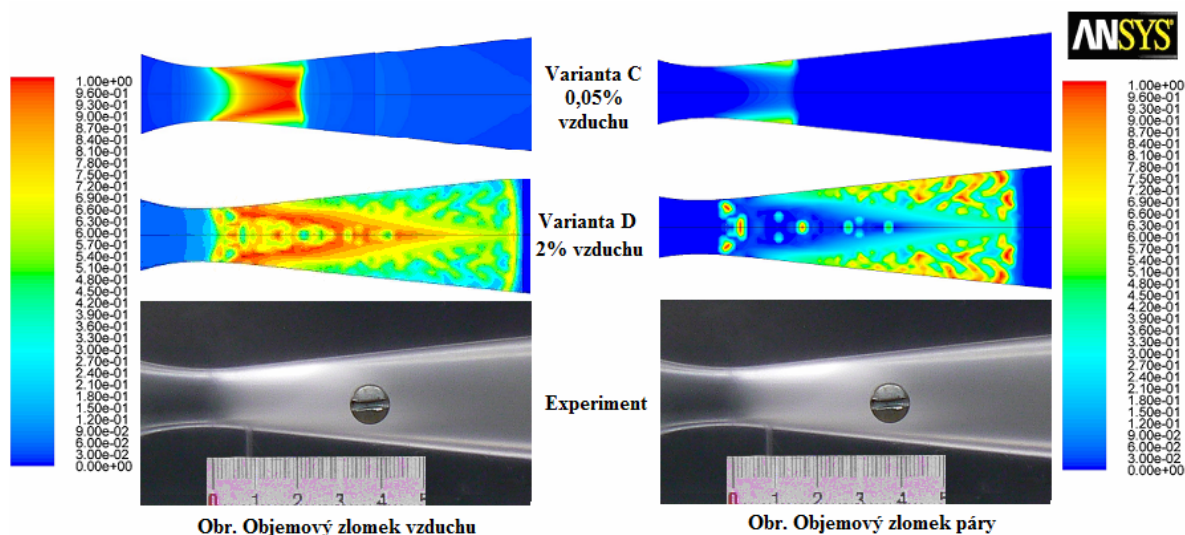


Obr. 6.7 Oblast vzniklé páry v zúžení trysky u modelu Singhal

Objemový zlomek vzduchu se v zúžení trysky pohyboval v rozmezích $0 \div 0,038630$, viz obr. 6.8. Oblast objemového zlomku vzduchu je tedy logicky větší oproti předešlé variantě, z důvodu většího objemu modelovaného vzduchu na vstupu do trysky.



Obr. 6.8 Oblast vzniklého vzduchu v zúžení trysky u modelu Singhal



Obr. 6.9 Porovnání oblasti vzniklého vzduchu a páry v zúžení trysky u jednotlivých variant

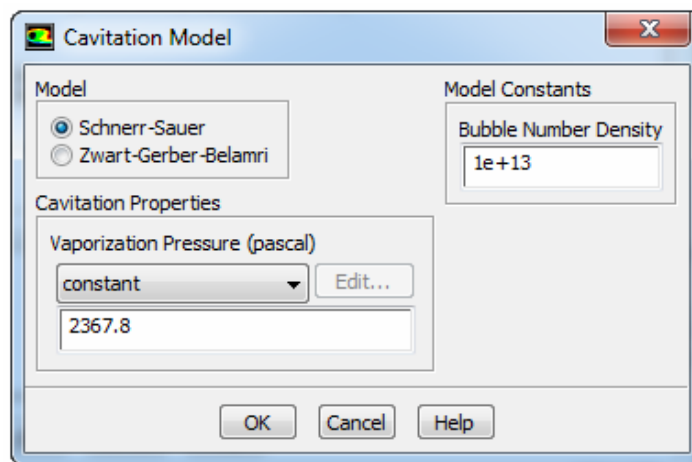
Na obr. 6.9 názorně vidíme, že oblasti objemového zlomku vzduchu a páry u varianty C je experimentu daleko více podobná než oblast u varianty D. Navíc jsem pro názornost upravil hodnoty objemového zlomku vzduchu a páry v softwaru ANSYS Fluent do 100 %, aby pro porovnání byly co možná nejpřesnější.

6.5 Schnerr - Sauer kavitační model (varianta E)

Nejprve jsem opět musel nadefinovat okrajové podmínky jak v předešlých případech. Rozdíl mezi tímto modelem a předešlým Singhalovým kavitačním modelem je v tom, že uživatelský manuál softwaru ANSYS FLUENT 12.0.16 doporučuje na výpočet kavitačních jevů, viz kapitola 3.5. I přes doporučení se mi Singhalův kavitační model jevil daleko stabilnější a měl jsem s ním méně práce nastavit relaxační parametry tak, aby úloha konvergovala. Následně jsem zinicizoval úlohu a spustil iterační výpočet. I přes několikrát přenastavení relaxačních parametrů, viz tab. 6.2, a různých úprav se mi u tohoto kavitačního modelu nepovedlo úlohu dovést ke konvergenci. Bylo propočítáno téměř 15000 iterací, i přes nekonvergentní řešení jsou výsledky i tak velmi reálné. Úloha byla počítána jako symetrická, časově závislá. Tento kavitační model zadává jiné kavitační podmínky oproti předchozímu kavitačnímu modelu, viz obr. 6.10. Nastavujeme zde tlak nasycených par, který je v tomto modelu předdefinován na hodnotě 2368,7 Pa. Dalším parametrem je stanovení počtu bublinek v objemu kapaliny. Počet bublinek jsem nastavil na hodnotu $1 \cdot 10^{13}$ dle doporučení uživatelské příručky ANSYS Fluent.

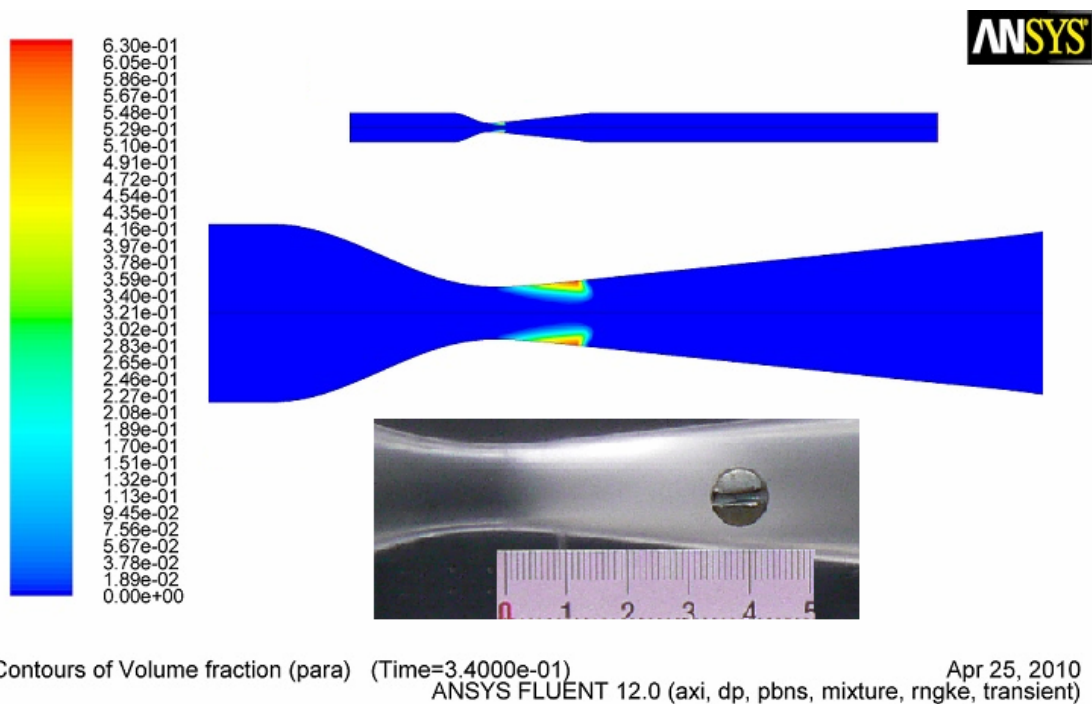
Pressure	0.3	Vaporization mass	0.3
Density	0.8	Slip Velocity	-
Body forces	1	Volume fraction	0.5
Momentum	0.4	Turbulent kinematic energy	0.1
Turbulent dissipation rate	0.1		
Turbulent viscosity	0.1		
Energy	0.5		

Tab. 6.2 Nastavení relaxačních parametrů



Obr. 6.10 Nastavení kavitačních podmínek u kavitačního modelu Schnerr-Sauer

V důsledku poklesu tlaku na tlak nasycených par v místě zúžení trysky mi vznikl v tomto místě i objemový zlomek páry viz obr. 6.11. Objemový zlomek páry se pohyboval v rozmezí od $0 \div 0,62989$, tedy páry vzniklo o něco méně než u předchozích modelů. Podle fotografie z měření je i oblast páry o něco menší, než v případě oblasti u experimentu.

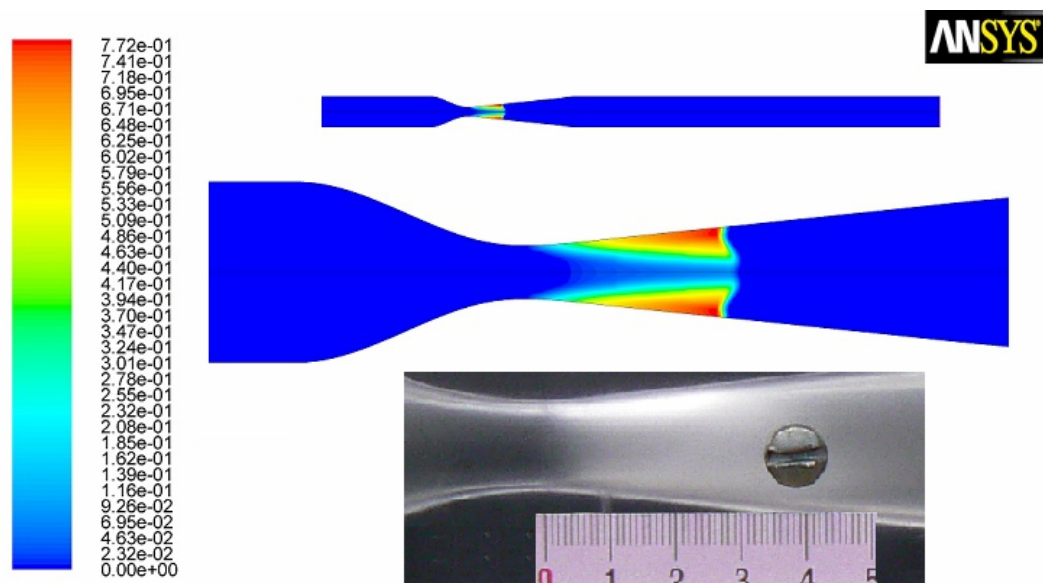


Obr. 6.11 Oblast vzniklé páry v zúžení trysky u modelu Schnerr - Sauer

6.6 Schnerr - Sauer kavitační model (varianta F)

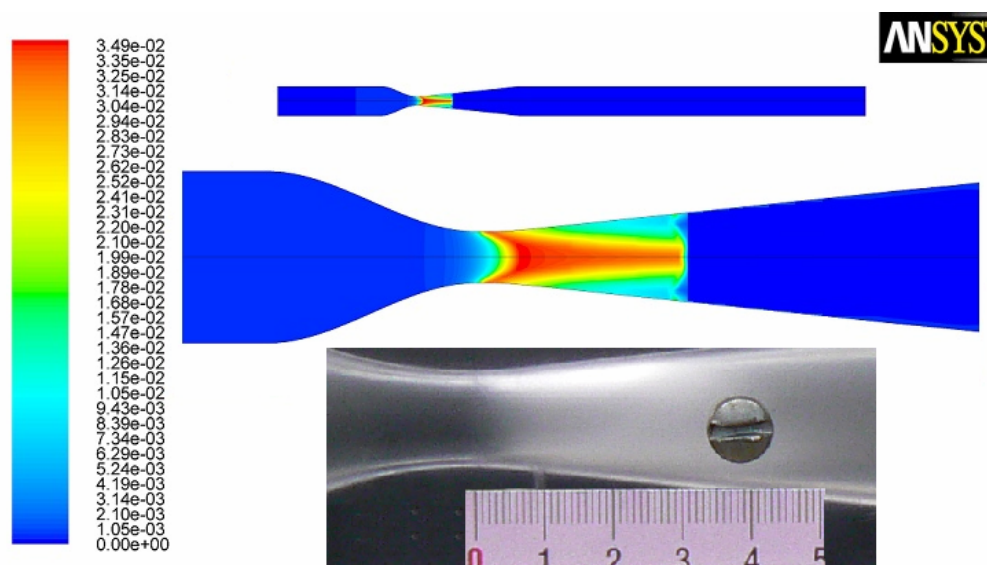
U varianty F bylo kompletní nastavení stejné jako u předešlé varianty (relaxační parametry, kavitační podmínky). Změna oproti předchozí variantě byla ta, že jsem k primární fázi vodě a sekundární fázi páře modeloval další sekundární fázi vzduch. Objemový zlomek jsem podle předchozích porovnání výsledků s experimentem zvolil 0,05 % z celkového hmotnostního průtoku $3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Úlohu i u této varianty se mi nepodařilo zkonvergovat. Přesto výsledky jsou opět přijatelné.

V důsledku poklesu tlaku na tlak nasycených par v místě zúžení trysky mi vznikl v tomto místě i objemový zlomek páry, viz obr. 6.12. Objemový zlomek páry se pohyboval v rozmezí od $0 \div 0,77182$. Páry vzniklo o něco více než u modelu Schnerr - Sauer, který byl modelován bez druhé sekundární fáze vzduch. Z tohoto hlediska můžeme usuzovat, že vliv vzduchu na vývoj a oblast kavitace má velký význam. Podle fotografie z měření jsou oblasti páry i přes nekonvergentní řešení shodné. Objemový zlomek vzduchu, jak již bylo dříve zmíněno, byl u této varianty 0,05 % z celkového hmotnostního průtoku $3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Objemový zlomek vzduchu se v zúžení trysky pohyboval v rozmezích $0 \div 0,03494$, viz obr. 6.13.



Apr 25, 2010

Obr. 6.12 Oblast vzniklé páry v zúžení trysky u modelu Schnerr - Sauer



Apr 25, 2010

Obr. 6.13 Oblast vzniklého vzduchu v zúžení trysky u modelu Schnerr – Bauer

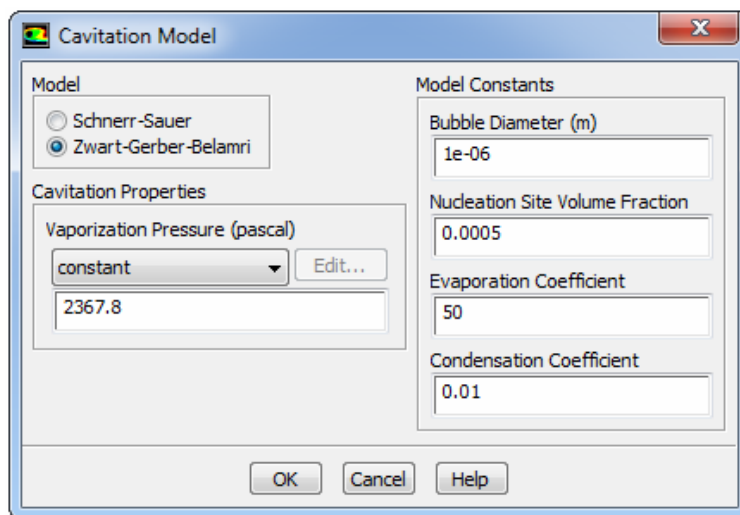
6.7 Zwart-Gerber-Belamri kavitační model (varianta G)

Tato úloha byla počítána jako symetrická a časově závislá, u které musíme při inicializaci vhodně navolit relaxační parametry, viz tabulka 6.3. U tohoto modelu bylo proudící médium jako primární fáze voda a sekundární fáze pára. Kavitační model Zwart-Gerber-Belamri má odlišné zadávané kavitační podmínky oproti dvěma předešlých kavitačních modelů, viz obr. 6.14. Mezi zadávané kavitační podmínky patří tlak

nasycených par, který je v tomto modelu předdefinován na hodnotě 2368,7 Pa. Dalším zadávaným parametrem je minimální poloměr bubliny, který je předdefinován na hodnotu $1 \cdot 10^{-6}$ m. Dále jsem zadával tzv. nukleační objemový zlomek, jehož hodnota byla 0,005, další parametr byl tzv. odpařovací koeficient (hodnota byla 50). Poslední parametr byl kondenzační koeficient, jehož hodnota byla 0,01. Všechny tyto hodnoty jsem opět nastavoval dle doporučení příručky. Následně jsem zinicizoval úlohu a spustil iterační výpočet. Úloha konvergovala při 4105 iteraci.

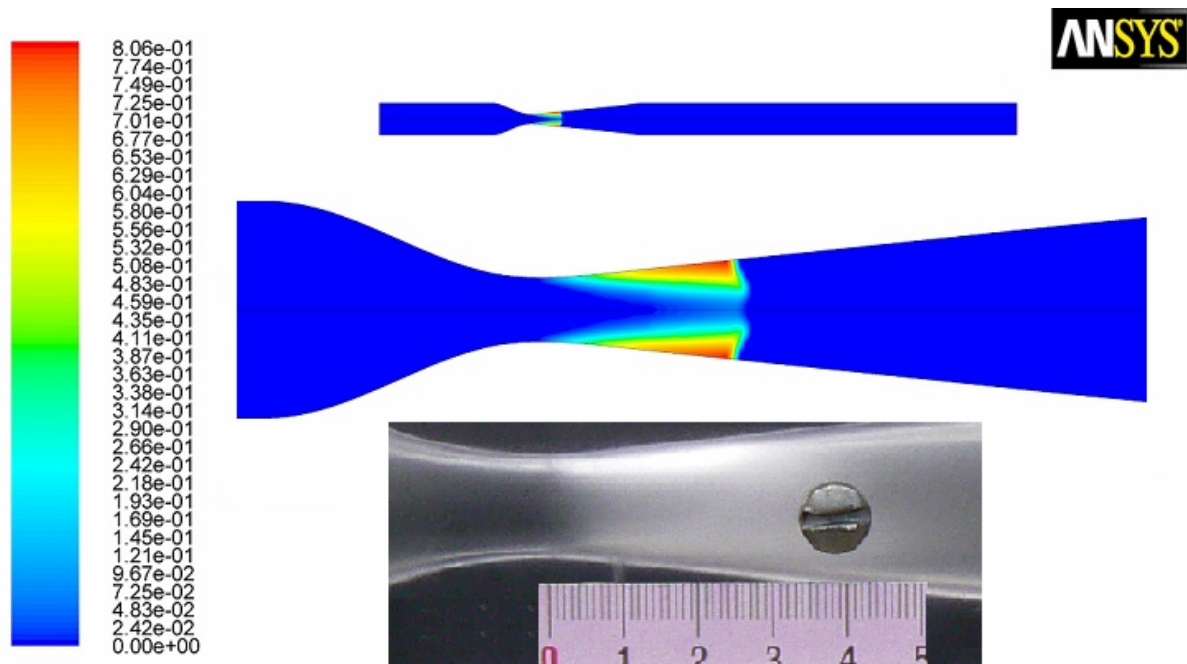
Pressure	0.3	Vaporization mass	0.3
Density	0.8	Slip Velocity	-
Body forces	1	Volume fraction	0.5
Momentum	0.4	Turbulent kinematic energy	0.01
Turbulent dissipation rate	0.01		
Turbulent viscosity	0.01		
Energy	0.5		

Tab. 6.3 Nastavení relaxačních parametrů



Obr. 6.14 Nastavení kavitačních podmínek u kavitačního modelu Zwart-Gerber-Belamri

V důsledku poklesu tlaku na tlak nasycených par v místě zúžení trysky mi vznikl v tomto místě i objemový zlomek páry, viz obr. 6.15. Objemový zlomek páry se pohyboval v rozmezí od 0 ÷ 0,80582. Páry vzniklo o něco více než u modelu Schnerr - Sauer. Podle fotografie z měření jsou oblasti páry shodné.



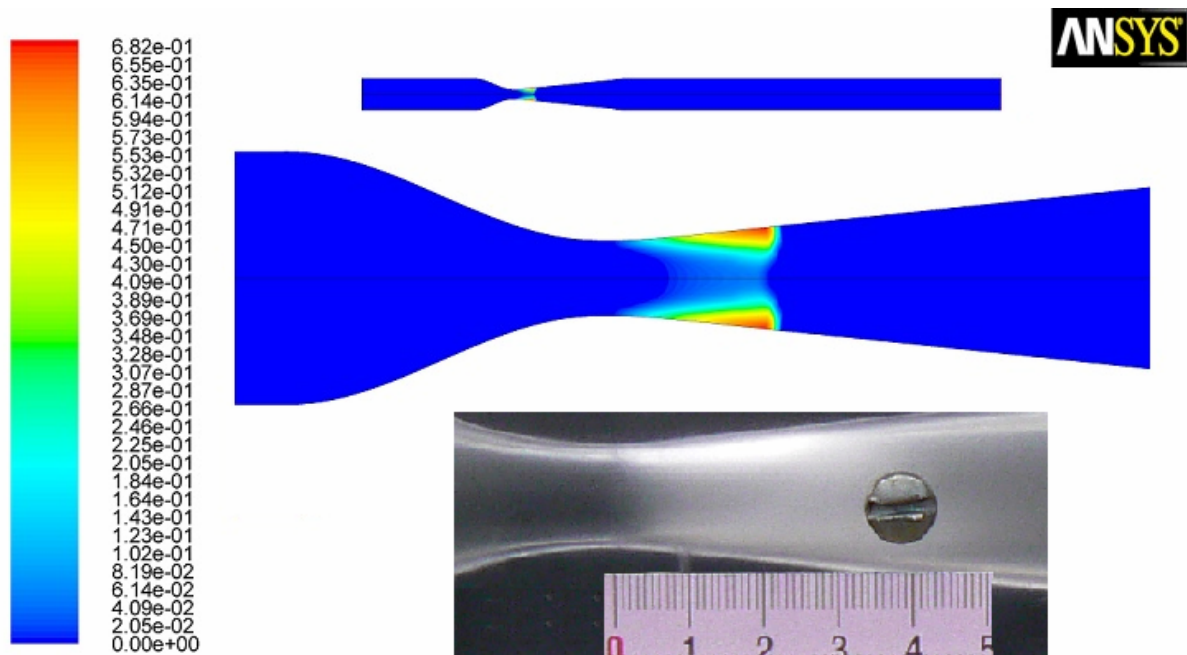
Apr 25, 2010

Obr. 6.15 Oblast vzniklé páry v zúžení trysky u modelu Zwart-Gerber-Belamri

6.8 Zwart-Gerber-Belamri kavitační model (varianta H)

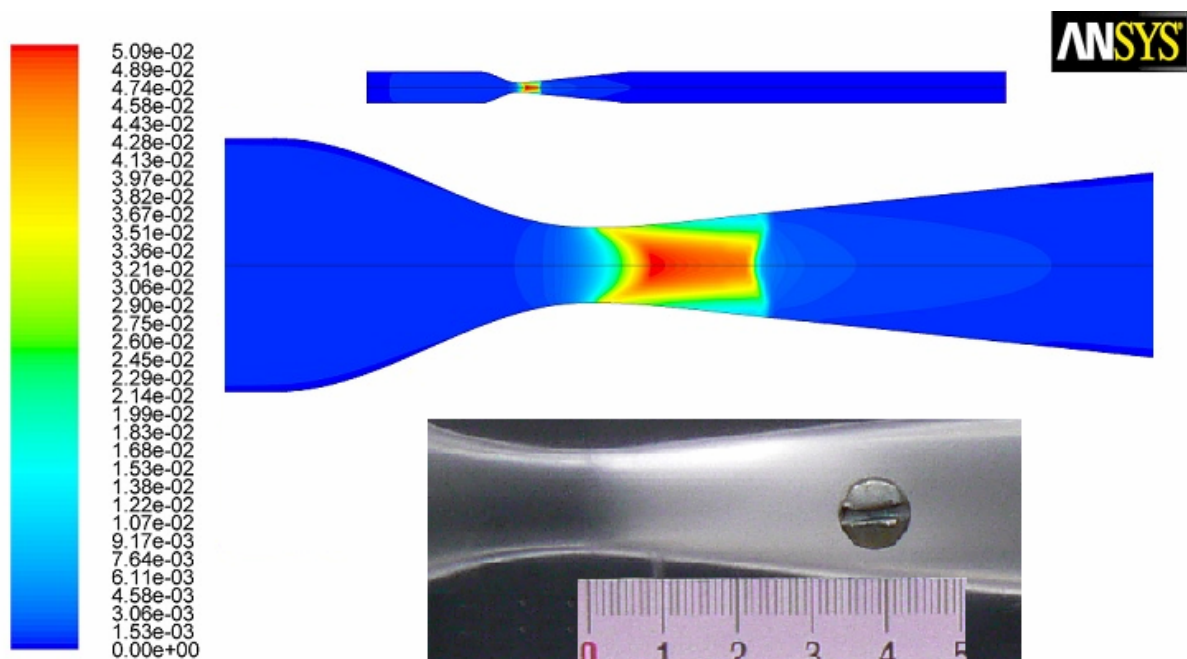
U varianty H bylo kompletní nastavení stejné jako u předešlé varianty (relaxační parametry, kavitační podmínky). Změna oproti předchozí variantě byla ta, že jsem k primární fázi vodě a sekundární fázi páře modeloval další sekundární fázi vzduch. Objemový zlomek jsem podle předchozích porovnání výsledků s experimentem zvolil 0,05 % z celkového hmotnostního průtoku $3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Následně jsem zinicizoval úlohu a spustil iterační výpočet. Úloha konvergovala při 3965 iteraci.

V důsledku poklesu tlaku na tlak nasycených par v místě zúžení trysky mi vznikl v tomto místě i objemový zlomek páry viz obr. 6.16. Objemový zlomek páry se pohyboval v rozmezí od $0 \div 0,68246$. Podle fotografie z měření jsou oblasti páry velice podobné. Objemový zlomek vzduchu jak již bylo dříve zmíněno, byl u této varianty 0,05 % z celkového hmotnostního průtoku $3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Objemový zlomek vzduchu se v zúžení trysky pohyboval v rozmezích $0 \div 0,05094$, viz obr. 6.17. Vzduchu u tohoto kavitačního modelu vzniklo více oproti variantě F, kde byl jako kavitační model použit Shnerr - Sauer.



Contours of Volume fraction (para) (Time=1.6300e-01) Apr 25, 2010
ANSYS FLUENT 12.0 (axi, dp, pbns, mixture, rngke, transient)

Obr. 6.16 Oblast vzniklé páry v zúžení trysky u modelu Zwart-Gerber-Belamri

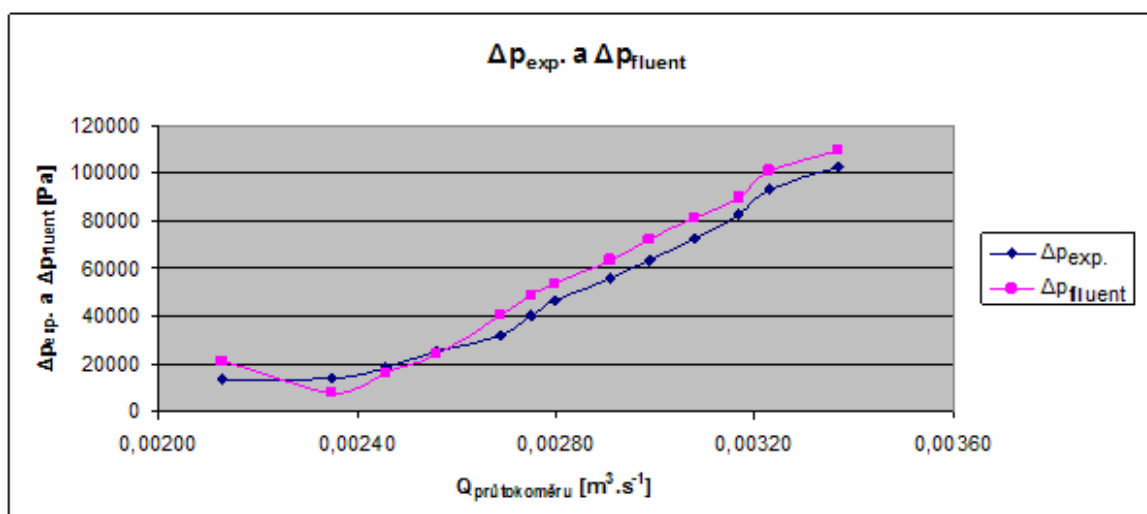


Contours of Volume fraction (vzduch) (Time=1.6300e-01) Apr 25, 2010
ANSYS FLUENT 12.0 (axi, dp, pbns, mixture, rngke, transient)

Obr. 6.17 Oblast vzniklého vzduchu v zúžení trysky u modelu Zwart-Gerber-Belamri

7 Porovnání experimentálně získaných dat s daty získanými numerickým výpočtem ze softwaru ANSYS Fluent

Jedním z úkolů diplomové práce bylo porovnat experimentálně získaná data z měření s daty, které byly získané pomocí numerického výpočtu v softwaru ANSYS Fluent. Tyto změřené a vypočítané hodnoty jsou v tabulce 7.1. Při výpočtu numerických hodnot jsem vycházel z naměřených hodnot tlaku $p_{2exp.}$, který jsem ve Fluentu nastavil jako okrajovou tlakovou podmínku na výstupu z Lavalovy dýzy (pressure outlet). Po tomto kroku následovalo numerické testování, a dopočítávání vstupního tlaku $p_{1fluent.}$. Přitom jsem se snažil, aby se vstupní tlaky $p_{1exp.}$ a $p_{1fluent.}$ lišily od sebe co nejméně a tím pádem, aby výsledný celkový tlakový spád $\Delta p_{cel.}$ byl co nejmenší. Přitom nejvyšší naměřená odchylka mezi vstupními tlaky $p_{1exp.}$ a $p_{1fluent.}$ byla 8961,5 Pa. V procentuálním vyjádření vztaženém k maximální hodnotě vypočítaného tlaku $p_{max.fluent} = 109640,39$ Pa je chyba 8,17 %. Tuto chybu můžeme považovat za přiměřenou, protože je pod hranicí 10 %. Pro názornost jsem v softwaru Microsoft Excel udělal graf č. 1, kde můžeme vidět nepatrné rozdíly v tlakových spádech $\Delta p_{exp.}$ a $\Delta p_{fluent.}$



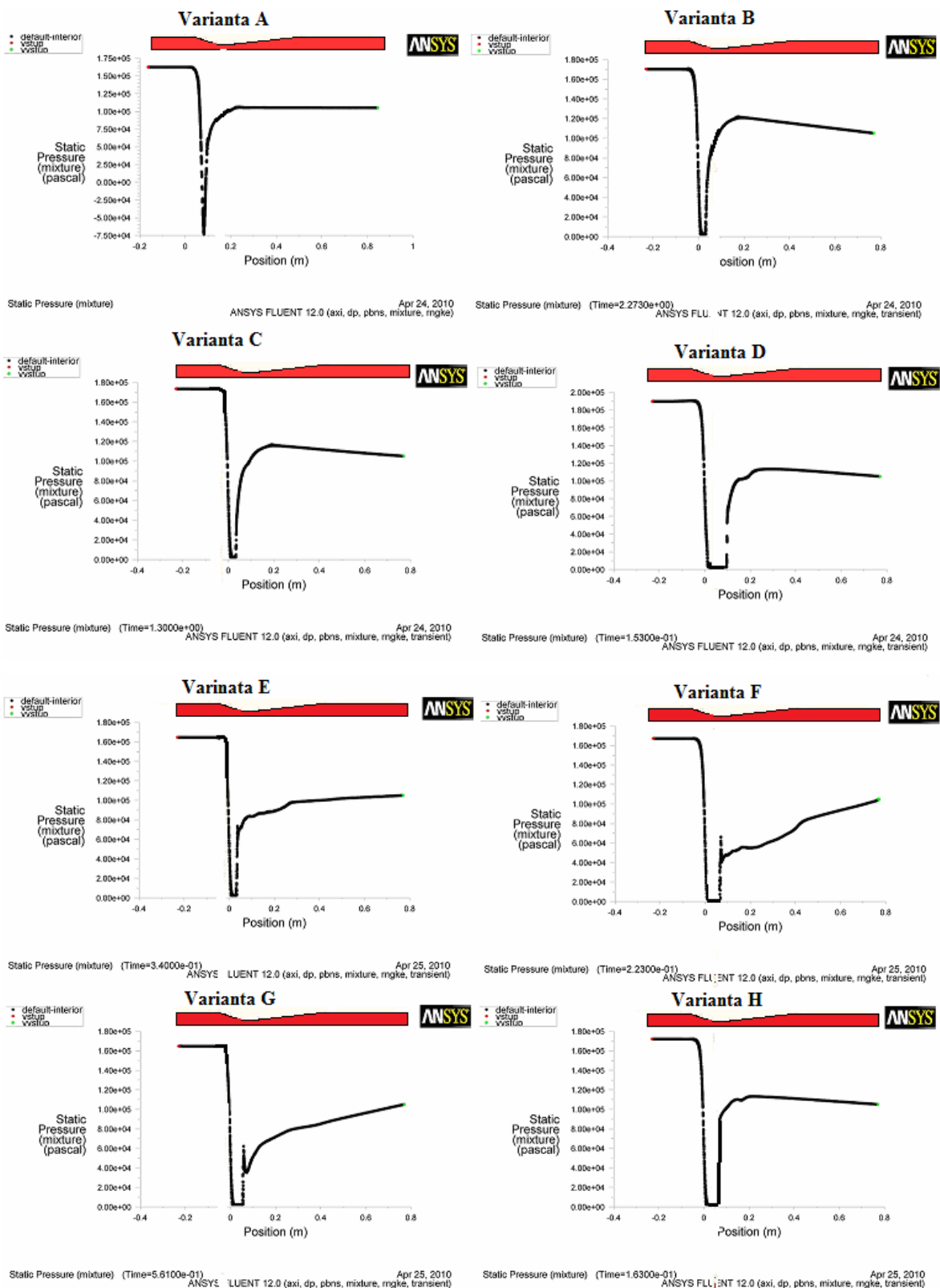
Graf č. 1 Rozdíly tlakových spádů Δp (experimentální a numerická data)

$p_{1exp.}$ [Pa]	$p_{2exp.}=p_{2fluent}$ [Pa]	$\Delta p_{exp.}$ [Pa]	$p_{1fluent.}$ [Pa]	Δp_{fluent} [Pa]	Δp_{cel} [Pa]	Q_{PC} [m ³ .s ⁻¹]	$Q_{průtokoměr}$ [m ³ .s ⁻¹]
13434	0,115	13433,89	21363,7	21363,585	7929,7	0,00216	0,00213
14410	0,116	14409,88	8058,7	8058,584	6351,3	0,00238	0,00235
18317	0,12	18316,88	16572,6	16572,48	1744,4	0,00255	0,00246
25153	0,126	25152,87	23843,7	23843,574	1309,3	0,00265	0,00256
31500	0,133	31499,87	40461,5	40461,367	8961,5	0,00272	0,00269
40289	0,142	40288,86	48480,3	48480,158	8191,3	0,00279	0,00275
46637	0,148	46636,85	53463,5	53463,352	6826,5	0,00283	0,00280
55426	0,157	55425,84	63318,8	63318,643	7892,8	0,00291	0,00291
63727	0,165	63726,84	71829,1	71828,935	8102,1	0,00301	0,00299
73004	0,174	73003,83	80992,5	80992,326	7988,5	0,00312	0,00308
82770	0,184	82769,82	89341	89340,816	6571	0,00320	0,00317
93512	0,195	93511,81	101018,5	101018,305	7506,5	0,00324	0,00323
102301	0,204	102300,8	109640,6	109640,396	7339,6	0,00340	0,00337

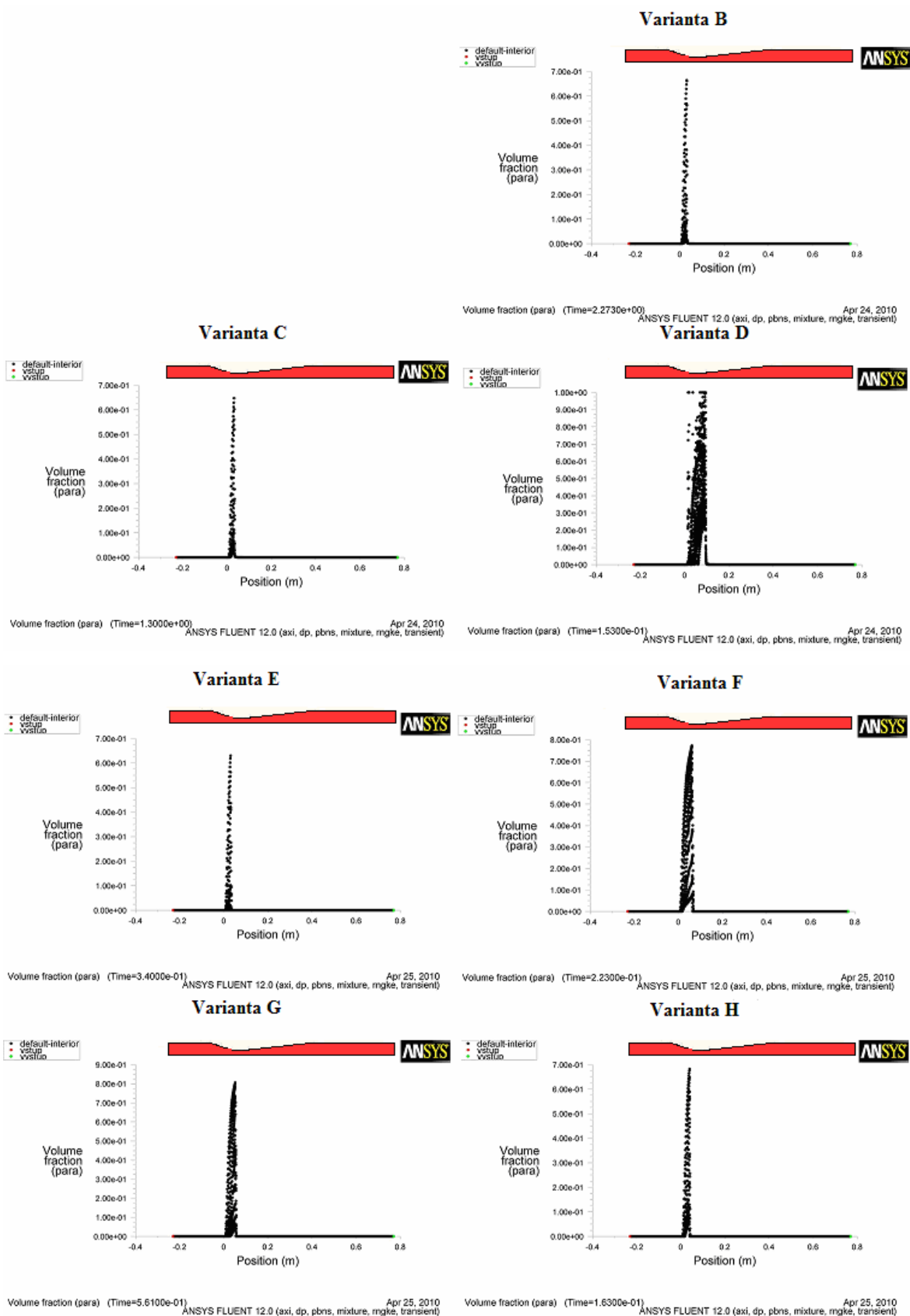
Tab. 7.1 Experimentální a numerická data

8 Shrnutí numerických výpočtů

Pro kompletní názorné shrnutí numerických výpočtů všech testovaných variant jsem si vybral v softwaru ANSYS Fluent X-Y graf. Graf X-Y je ideální pro konečné shrnutí z důvodu přehlednosti a srozumitelnosti. Jako první jsem porovnal u všech variant statický tlak. Na obr. 8.1 vidíme grafy X-Y statického tlaku v závislosti na poloze v trysce u všech testovaných variant. Pro názornost jsem do grafů vložil obrys Lavalovy dýzy. Na grafech X-Y názorně vidíme, že opravdu statický tlak v místě zúžení trysky rapidně klesne na tlak nasycených par. Jakmile se zúžení trysky začne pomalu rozšiřovat, statický tlak se navýší na hodnotu danou okrajovou podmínkou. Statický tlak se u všech variant pohyboval ve stejných řádech. Přitom nejnižší hodnota statického tlaku byla u varianty E (164507,7 Pa) a naopak nejvyšší hodnota statického tlaku byla u varianty D (190523 Pa).

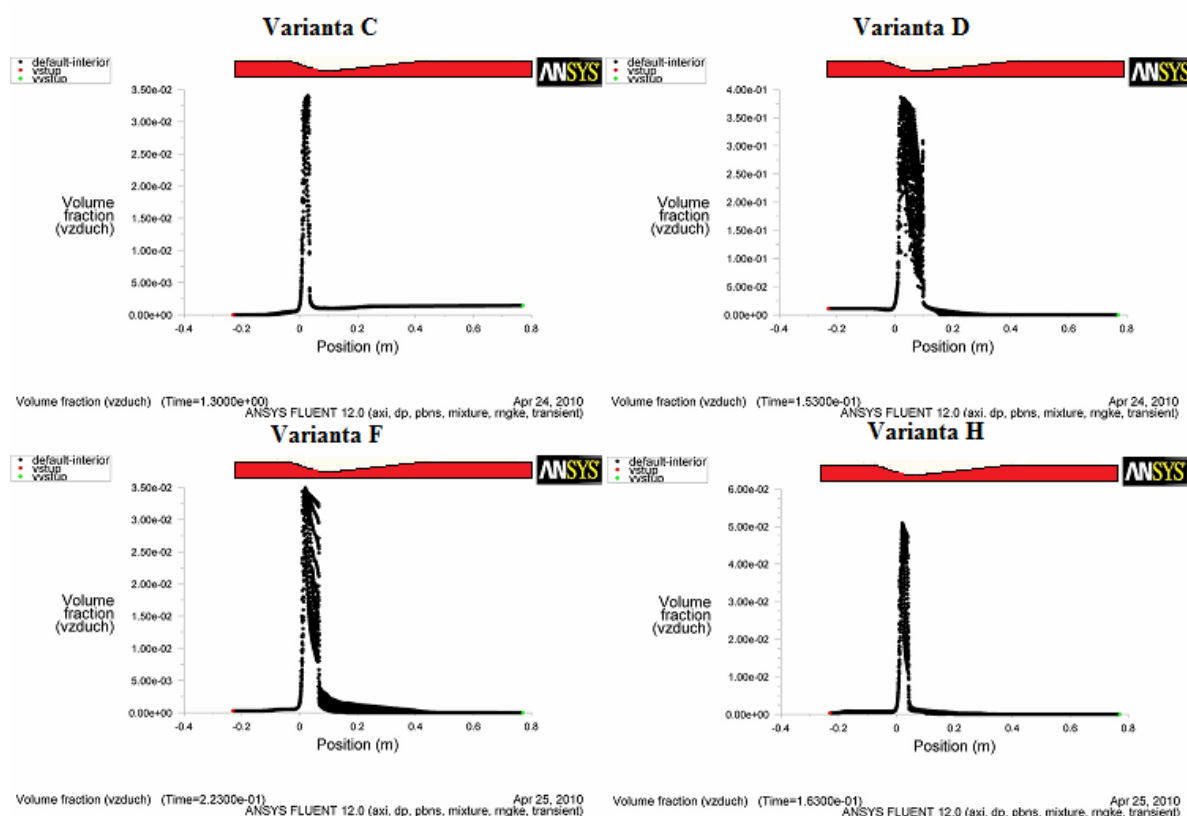


Obr. 8.1 Grafy X-Y statického tlaku u všech testovaných variant



Obr. 8.2 Grafy X-Y objemového zlomku páry u všech testovaných variant

Na obr. 8.2 vidíme grafy X-Y objemového zlomku páry v závislosti na poloze v trysce u všech testovaných variant. Graf varianty A, viz kapitola 6.1, není v obrázku zahrnuta. Je to z důvodu toho, že u varianty A nebyl testován žádný kavitační model, tedy nevznikala žádná pára. Je zřejmé, že v místě zúžení trysky při poklesu tlaku na tlak nasycených par vzniká pára. Pára se šíří v zúžení trysky ve směru proudícího média směrem ven z trysky. Objemový zlomek páry se u všech variant pohyboval ve stejných řádech. Přitom je zřetelné, že u variant D a F páry vzniklo nejvíce. V případě varianty D se objemový zlomek páry pohyboval v rozmezích od $0 \div 0,99999$.



Obr. 8.3 Grafy X-Y objemového zlomku vzduchu u všech testovaných variant

Na obr. 8.3 vidíme grafy X-Y objemového zlomku vzduchu v závislosti na poloze v trysce u všech testovaných variant. Je zřejmé, že množství modelovaného vzduchu má vliv na oblast vzniklé páry. Tedy jinými slovy se tyto dvě fáze navzájem ovlivňují. Grafy variant A, B, E, G nejsou v obrázku zahrnuty. Je to z důvodu toho, že u těchto variant nebyla modelována druhá sekundární fáze vzduch. Vzduch díky snížení tlaku zvětší svůj objem a postupně se šíří v zúžení trysky ve směru proudícího média směrem ven z trysky. Objemový zlomek vzduchu se u všech variant pohyboval ve stejných řádech. V případě varianty D se objemový zlomek vzduchu pohyboval v rozmezích od $0 \div 0,38630$. U

varianty D je objemový zlomek vzduchu nejvyšší, neboť na vstupu bylo modelováno 2 % vzduchu z celkového hmotnostního průtoku.

8.1 Tabulka numerických výsledků

Pro shrnutí a přehlednost jsem zpracoval numerické výsledky jednotlivých testovaných variant do tabulky 8.1.





varianty	A	B	C	D	E	F	G	H
maximální hodnota statického tlaku [Pa]	162520	170620	173621	190523	164507	167251	164719	172067
maximální rychlost [m/s]	21,15	17,99	18,27	20,05	17,98	17,98	17,97	18,31
maximální objemový zlomek páry	-	0,66414	0,64724	0,99999	0,62989	0,77182	0,80582	0,68246
maximální objemový zlomek vzduchu	-	-	0,03402	0,38630	-	0,03494	-	0,05094
úloha konvergovala (nekonvergovala)	konver. 263 iterací	konver. 3345 iterací	konver. 4810 iterací	konver. 4911 iterací	nekonv.	nekonv.	konver. 3965 iterací	konver. 3566 iterací

Tab. 8.1 Numerické výsledky

8.2 Vyhodnocení vhodnosti jednotlivých testovaných modelů pro kavitační jev

Na úplný závěr jsem graficky znázornil vhodnost jednotlivých testovaných kavitačních modelů pro kavitační jev, viz obr. 8.4. Přitom červená barva patří nejvhodnějšímu modelu a naopak modrá barva patří modelu, který se nehodí na numerický výpočet pro kavitační jev. Z obr. 8.4 je patrné, že nejlépe vyšel Singhalův kavitační model. Je to z důvodu bezproblémového nastavení relaxačních parametrů, stability modelu, rychlé konvergence řešení a získání kvalitních výsledků. Více informací k tomuto kavitačnímu modelu nalezneme v kapitolách 6.2 až 6.4. Jako druhý nejstabilnější se jevil kavitační model Zwart-Gerber-Belamri. U tohoto kavitačního modelu bylo více problémů

s nastavením relaxačních parametrů a odladění celé úlohy tak, aby úloha konvergovala. Jinak výsledky z tohoto modelu byly velice reálné a spolehlivé. Více informací o tomto kavitačním modelu najdeme v kapitolách 6.7 a 6.8. Ze skupiny kavitačních modelů je nejhorší kavitační model Shnerr - Sauer. Je to z důvodu velice problematického odladění celé úlohy. I přes veškeré vynaložené úsilí se tento kavitační model nepodařilo odladit tak, aby úloha konvergovala. Více informací o tomto kavitačním modelu najdeme v kapitolách 6.5 a 6.6. Jako nejhůře vyšel model K- ϵ RNG. Je to samozřejmě v první řadě z důvodu toho, že se nejednalo přímo o kavitační model. Tento model sloužil spíše jako testovací úloha pro srovnání výsledků kavitačních modelů s tímto nekavitačním modelem. Více informací o tomto modelu nalezneme v kapitole 6.1. Toto shrnutí, podle mého uvážení může sloužit jako pomůcka nebo jisté vodítko těm řešitelům, kteří se budou zajímat o numerické testování kavitačního jevu pomocí softwaru ANSYS Fluent.

1.  **SINGHAL KAVITAČNÍ MODEL**
2.  **ZWART-GERBER-BELAMRI KAVITAČNÍ MODEL**
3.  **SCHNERR - SAUER KAVITAČNÍ MODEL**
4.  **K- ϵ RNG MODEL**



Obr. 8.4 Seznam vhodnosti jednotlivých testovaných modelů pro kavitační jev

9 Závěr

Diplomová práce se zabývala modelováním vzniku a vývoje kavitace v jednoduchém prvku, kde proudící médium byla voda. Je patrné, že modelování proudění a získání parametrů ze simulace má své místo v praktickém využití výsledků. Takto získané výsledky jsou k dispozici za kratší dobu, než by zabrala výroba a montáž Lavalovy dýzy a experimentální měření stejných veličin, které lze získat simulací proudění. Navíc změnou geometrie lze opět simulovat proudění a získat tak nová data, ovšem experiment by si žádal výrobu nového škrťacího prvku. I když otázky kavitace jsou intenzivně řešeny několik desetiletí, potrvá ještě dlouhou dobu, než se dospěje k jednoznačnému a experimenty potvrzenému názoru na složitý kavitační jev. V dnešní době, kdy výpočetní technika šla mílovými kroky dopředu, stojí před řešiteli nové otázky a výzvy důkladně prozkoumat a popsat tak složitý jev, jakým kavitace je.

V úvodu diplomové práce byla popsána teorie kavitace, jednotlivé druhy kavitace, podstata a vývoj kavitace, fyzikální vlastnosti kapalin při kavitaci. Dále jsem se věnoval popisu Lavalovy dýzy. Lavalova dýza je v podstatě jednoduchý prvek, v kterém jsem simuloval kavitaci. Jako hlavní provozní médium byla použita voda. Dále jsem se v diplomové práci zaměřil na definici vícefázového proudění, do kterého spadá i kavitační jev. V Lavalově dýze při simulaci kavitace dojde v zúženém místě k poklesu tlaku na tlak nasycených par (tj. tlak 2367,8 Pa) a tím pádem se kromě vody, která byla modelována, jako primární fáze objeví i objemový zlomek páry a vzduchu. Proto jsem uvažoval kavitaci jako vícefázové proudění. Dále se práce zabývala definicí jednotlivých kavitačních modelů, které byly testovány v softwaru ANSYS Fluent. U každého kavitačního modelu jsem uvedl omezení a použití modelu dle příručky ANSYS Fluent. Důležitým uvedeným aspektem u každého kavitačního modelu byly tzv. kavitační podmínky, viz kapitola 3.4.

Dalším bodem diplomové práce bylo vytvořit výpočetní geometrii a navrhnout vhodnou výpočetní síť. Geometrii i výpočetní síť jsem vytvořil v softwaru Gambit 2.4.6. Přitom jsem v tomto softwaru vytvořil tři výpočetní sítě, které jsem následně testoval. Jako nejvhodnější se ukázala první vytvořená osově symetrická síť s celkovým počtem buněk 9700. Tato síť měla nejlepší předpoklady pro správné řešení a rychlou konvergenci úlohy a to z důvodu jednak malého počtu kvalitních buněk, a ze vhodného zhuštění sítě na vstupu, na výstupu a v samotném zúžení dýzy. Takto vytvořenou síť jsem převedl ve formátu *.msh do prostředí softwaru ANSYS Fluent 12.0.16.

V práci dále bylo provedeno otestování jednotlivých kavitačních modelů při různých okrajových podmínkách s různými modelovanými fázemi, viz kapitola 6. Testoval jsem osm základních variant, viz tabulka 5.1. Z testovaných kavitačních modelů, které nabízí software ANSYS Fluent, to byly modely Singhal, Schnerr - Sauer a Zwart-Gerber-Belamri. Mimo jiné jsem z důvodu porovnání výsledků testoval i nekavitační model K- ϵ RNG. Jak již jsem dříve zmínil, modelovanou primární fází byla voda a jako sekundární fází byla pára. U některých testovaných variant jsem modeloval jako další sekundární fází objemový zlomek vzduchu. Výstupními porovnávanými veličinami přitom byly: kontury statického tlaku, maximální rychlost v zúžení trysky, objemový zlomek páry a vzduchu.

Následně jsem v kapitole 7 porovnával hodnoty získané dvěma rozdílnými metodami, což byl jeden z úkolů diplomové práce. Prvním pramenem získaných dat bylo experimentální měření, které bylo provedeno na VŠB-TUO Ostrava v laboratoři N 108. Dalším pramenem byla numericky získaná data pomocí softwaru ANSYS Fluent. Přitom jsem se snažil, aby výsledky z numerického výpočtu co možná nejvíce korespondovaly s výpočty experimentálními. Nakonec se mi testované úlohy podařilo odladit takovým způsobem, že maximální odchylka hodnot byla v procentuálním vyjádření 8,17 %, viz graf č. 1. Tuto chybu můžeme považovat za přiměřenou, protože je pod hranicí 10 %.

Na závěr jsem pro přehlednost v kapitole 8 uvedl grafy X-Y statického tlaku, objemového zlomku páry a vzduchu v závislosti na poloze v trysce. Při vyhodnocování objemového zlomku páry a vzduchu jsem pro porovnání kavitačních oblastí vložil do jednotlivých obrázků i fotografii kavitační oblasti pořízenou z experimentálního měření. Z jednotlivých výsledků, viz kapitola 6, vidíme, že maximální hodnota statického tlaku se v průměru v trysce pohybovala okolo 170000 Pa, maximální rychlost v trysce přitom byla 18,7 m/s. Přitom daleko zajímavější bylo vyhodnocení objemového zlomku páry a vzduchu a porovnání těchto oblastí s oblastí pořízené na fotografii z experimentálního měření. Nejdůležitějším přínosem této diplomové práce je zjištění, že nelze modelovat kavitaci se zanedbaným obsahem vzduchu v kapalině. Bez přítomnosti vzduchu jsou výsledky zkreslené a nereálné. Na obr. 6.9 v kapitole 6 vidíme porovnání oblastí objemového zlomku páry a vzduchu. Důležitou otázkou, kterou jsem si při simulaci kladl je, kolik má řešitel v procentuálním vyjádření zadat množství vzduchu na vstupu do trysky. Množství vzduchu při kavitaci je otázka, která i přes četné publikace a knihy není zcela vyřešena a experimentálním měřením není podložena. Po otestování několika variant nejlépe vyšla varianta, kdy jsem modeloval 0,05 % objemového zlomku vzduchu

z celkového hmotnostního průtoku $3 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$, který jsem zadal jako okrajovou podmínku na vstupu do trysky. Při modelování 2 % objemového zlomku vzduchu byly výsledky nereálné, viz obr. 6.8. Z tohoto obrázku je patrné, že pro objemový zlomek vzduchu 0,05 % jsou oblasti páry i vzduchu shodné s oblastmi z experimentu. Proto jsem u dalších testovaných variant uvažoval jen s hodnotou objemového zlomku vzduchu 0,05 %. Závěrem mohu jen konstatovat to, že úloha vzduchu při kavitačním jevu má klíčovou podstatu a je velmi důležité, kolik ho řešitel při simulaci nadefinuje.

Dále jsem v práci vyhodnotil stabilitu a věrohodnost výsledků u jednotlivých testovaných modelů. Z kapitoly 8.2 je patrné, že nejlépe vyšel Singhalův kavitační model. Je to z důvodu bezproblémového nastavení relaxačních parametrů, stability modelu, rychlé konvergence řešení a ze získání kvalitních výsledků. Přitom z kavitačních modelů po otestování vyšel nejhůře model Schnerr - Sauer. U tohoto modelu jsem měl problémy jednak s nastavením relaxačních parametrů a dále se stabilitou tohoto modelu. I přes doporučení příručky ANSYS Fluent se mi úlohu nepodařilo tak odladit, aby konvergovala. Poznatky z této diplomové práce mohou posloužit jako základ pro další práce, které se budou zabývat touto problematikou. Je dobré na závěr podotknout, že pro přesnější numerické výsledky by bylo vhodné celou úlohu simulovat v softwaru ANSYS Fluent jako 3D úlohu. Modelování 3D úlohy by bylo vhodné i z toho hlediska, že bychom mohli lépe simulovat periodické chování kavitační oblasti, kterou jsme mohli pozorovat při experimentálním měření u nižších hodnot průtoku Lavalovou dýzou.

10 Seznam použité literatury

- [1] NOSKIEVIČ, J., A KOL. *Kavitace v hydraulických strojích a zařízeních*. 1.vyd. STNL Praha, 1989. 336 s.
- [2] KOZUBKOVÁ, M. *Modelování proudění tekutin FLUENT, CFX*. Ostrava:VŠB-TU, 2008. 154 s. ISBN 978-80-248-1913-6, (Elektronická publikace na CD-ROM).
- [3] KOZUBKOVÁ, M., DRÁPKOVÁ, S. *Modelování proudění oleje jako stlačitelné kapaliny (hydraulický ráz)*. IN 12. uživatelská konference FLUENT 2006, 7.-9. březen 2006. Hrotovice: TechSoft Engineering, 2006. 153-160 s. ISBN 80-239-7211-1.
- [4] SINGHAL, A.K., ATHAVALE, M.M., LI, H., JIANG, Y. *Mathematical Basis and Validation of the full Cavitation model*. IN Journal of Fluids Engineering. 2002, 617-624 p.
- [5] ANSYS FLUENT INC. *FLUENT 12.16- User's guide*. [Online]. c2009. Dostupné z: < [URL:http://sp.1.vsb.cz/DOC/Fluent_12.0.16/html/ug/_main_pre.htm](http://sp.1.vsb.cz/DOC/Fluent_12.0.16/html/ug/_main_pre.htm) >.
- [6] KOZUBKOVÁ, M. *Matematické modely kavitace a hydraulického rázu*. 1.vyd. Ostrava: VŠB-TU, 2009. 130s. ISBN 978-80-248-2043-9.
- [7] BRDIČKA, M., SAMEK, L., TABARA, O. *Kavitace-Diagnostika a technické využití*. 1.vyd. STNL Praha, 1981. 332s.
- [8] NOSKIEVIČ, J. *Kavitace*. STNL Praha: Československá akademie věd, 1969. 278s.
- [9] BOJKO, M. *Návody do cvičení-Modelování proudění-CFX*. Ostrava:VŠB-TU, 2008. 141s. ISBN 978-80-248-1909-9.
- [10] *Robert Goddard, vynález prvního tryskového motoru s užitím Lavalovy dýzy* [online]. Dostupné z: < <http://www.iki.rssi.ru/mirrors/stern/stargaze/Sgoddard.htm> >.
- [11] *Lavalova dýza* [online]. Dostupné z: < http://en.wikipedia.org/wiki/De_Laval_nozzle >.
- [12] ABRHÁMEK, P. *Možnosti simulace přisávání plynné fáze v ejektoru*. Ostrava, 2009. Diplomová práce na Fakultě strojní VŠB-TU Ostrava. Školitel Milada Kozubková.
- [13] ŽITEK, P., KRIVÁNKA, D., MILČÁK, P. *XXVII. Setkání kateder mechaniky tekutin a termomechaniky*. Plzeň: Mezinárodní konference, 2008. 374s.
- [14] VALENTA, J. *Časopis Vesmír 74*.
- [15] KOZUBKOVÁ, M. *Monografie*.
- [16] BRENNEN, E. CH. *Fundamentals of Multiphase flow*. Cambridge university, 2005. 345p. ISBN 978-0-521-84804-6.
- [17] KOZUBKOVÁ, M., RAUTOVÁ, J. *Teorie matematického modelování kavitace a vzájemné porovnání s experimentem. Článek je v tisku*. Ostrava: VŠB-TU, 2010. 10 s.

- [18] KOZUBKOVÁ, M., RAUTOVÁ, J. *Vliv vzduchu a vodní páry na vznik kavitace při modelování. Sborník VŠB*. Ostrava: VŠB-TU, 2010. 10 s.
- [19] Materiály firem Grundfos s.r.o, Elis Plzeň a.s, BD senzors, EPO elektropohony, Soveko plast s.r.o, Freso s.r.o.
- [20] *Simulace vzniku kavitace v axiální pumpě* [online]. Dostupné z: < http://www.simerics.com/gallery_axial_pump.html >.

11 Seznam příloh

A1	Teorie popisující Lavalovu dýzu při proudění plynu.....	70
A2	Definice jednotlivých prvků a snímačů v obvodě.....	73
A3	Základní uživatelské nástroje programu GAMBIT.....	78
A4	Kontury statického tlaku a rychlosti.....	81